

თინა ბექაური  
ავთანდილ საგინაშვილი

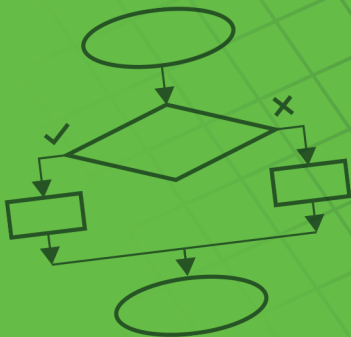
მასწავლებლის წიგნი

# მათემატიკა 10

$$y = kx + b$$

$$A \Rightarrow B \Leftrightarrow \bar{B} \Rightarrow \bar{A}$$

$$y = \frac{k}{x}$$



ნაწილი

1



საქართველოს საგანმანათლებლო სისტემის განვითარებისთვის

## ზოგადი განათლების ეროვნული მიზნები

საქართველოში ზოგადი განათლების სისტემა მიზნად ისახავს შექმნას ხელსაყრელი პირობები ეროვნული და ზოგადსაკაცობრიო ღირებულებების მატარებელი, თავისუფალი პიროვნების ჩამოყალიბებისათვის. ამასთან ერთად განათლების სისტემა უვითარებს მოზარდს გონებრივ და ფიზიკურ უნარ-ჩვევებს, აძლევს საჭირო ცოდნას, ამკვიდრებს ჯანსაღი ცხოვრების წესს, მოსწავლეებს უყალიბებს ლიბერალურ და დემოკრატიულ ღირებულებებზე დამყარებულ სამოქალაქო ცნობიერებას და ეხმარება მათ ოჯახის, საზოგადოებისა და სახელმწიფოს წინაშე საკუთარი უფლება-მოვალეობების გაცნობიერებაში. საქართველოში ზოგადი განათლების სისტემაში მიღებული გამოცდილების საფუძველზე მოზარდმა უნდა შეძლოს:

- ა) ქვეყნის ინტერესების, ტრადიციებისა და ღირებულებების მიმართ საკუთარი პასუხისმგებლობის გააზრება;
- ბ) ბუნებრივი გარემო პირობების შენარჩუნება და დაცვა;
- გ) ტექნოლოგიური და სხვა ინტელექტუალური მიღწევების ეფექტიანად გამოყენება; ინფორმაციის მოპოვება, დამუშავება და ანალიზი;
- დ) დამოუკიდებლად ცხოვრება, გადანყვეტილების მიღება;
- ე) იყოს შემოქმედი, თავად შექმნას ღირებულებები და არ იცხოვროს მხოლოდ არსებულის ხარჯზე;
- ვ) საკუთარი შესაძლებლობებისა და ინტერესების უწყვეტი განვითარება მთელი ცხოვრების განმავლობაში და მათი მაქსიმალური რეალიზება როგორც ქვეყნის შიგნით, ისე მის საზღვრებს გარეთაც;
- ზ) კომუნიკაცია ინდივიდებთან და ჯგუფებთან;
- თ) იყოს კანონმორჩილი, ტოლერანტი მოქალაქე.

თინა ბექაური, ავთანდილ საგინაშვილი

# მათემატიკა

მეათე კლასი

მასწავლებლის წიგნი

პირველი ნაწილი

გრიფმინიჭებულია საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების  
სამინისტროს მიერ 2022 წელს

# მათემატიკა

## მეათე კლასი

თინა ბექაური

ავთანდილ საგინაშვილი

რედაქტორი: ავთანდილ საგინაშვილი

გარეკანის დიზაინი: ივანე საგინაშვილი

დიზაინი და დაკაბადონება: თინა ბექაური

მასწავლებლის ნიგნი

პირველი ნაწილი

საკონტაქტო ინფორმაცია: ტელ.: 599 68 09 74

ელ-ფოსტა: avtandilsaginashvili@yahoo.com

ელ. რესურსი: [www.mat.ge](http://www.mat.ge)

გამოცემულია 2022 წელს

პირველი გამოცემა

© ყველა უფლება დაცულია

თინა ბექაური, ავთანდილ საგინაშვილი

ISBN 978-9941-8-3514-8

## სარჩევი

შესავალი -----	4
საათების სავარაუდო განაწილება -----	7
მიზნები, მეთოდური რეკომენდაციები, კომპლექსური დავალებები, კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები -----	9
თავი 1 რიცხვები და მოქმედებები -----	9
ქვიზი №1 -----	15
ქვიზი №2 -----	23
თავი 2 ლოგიკის ელემენტები -----	26
ქვიზი №3 -----	34
ქვიზი №4 -----	42
თავი 3 სტატისტიკა და ალბათობა -----	47
ქვიზი №5 -----	55
ქვიზი №6 -----	61
შემაჯამებელი სამუშაოები -----	64
შეფასების სქემები (ზოგადი ნიმუშები) -----	78

## შესავალი

მეათე კლასის სახელმძღვანელო აგებულია საშუალო საფეხურის სტანდარტისა და წლიური პროგრამის მოთხოვნების გათვალისწინებით.

### მოსწავლის სახელმძღვანელოს სტრუქტურა

სახელმძღვანელო ორი ნაწილისაგან შედგება. სახელმძღვანელოს საბაზო ერთეულია პარაგრაფი, რომელიც ერთ ან რამოდენიმე გაკვეთილზეა გათვლილი. მასში, სახელმწიფო სტანდარტების მოთხოვნებიდან გამომდინარე, ჩამოყალიბებულია მიზნები, რომელთა მიღწევასაც ემსახურება მოცემულ პარაგრაფში მოყვანილი სასწავლო შინაარსი და სავარჯიშოები.

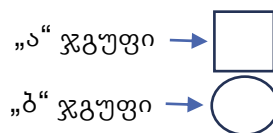
პარაგრაფის ტიპური აგებულება ასეთია:

- ჩამოყალიბებულია პარაგრაფის მიზანი, რომელშიც აღწერილია, რა უნდა აითვისოს მოსწავლემ ამ პარაგრაფში. მიზნები, როგორც წესი, ემსახურება საგნობრივი სტანდარტით განსაზღვრული სასწავლო მიზნების მიღწევას.
- განხილული და ამოხსნილია შესასწავლ მასალასთან დაკავშირებული მაგალითები და ამოცანები (ძირითადად, პრაქტიკული ხასიათის).
- განხილულ ამოცანებზე დაყრდნობით ახსნილია თეორიული მასალა.
- ამოხსნილია კლასში შესასრულებელი ტიპური სავარჯიშოები.

პარაგრაფის მომდევნო კითხვებისა და სავარჯიშოების ნაწილი გათვალისწინებულია საშინაო დავალებებისა და კლასში მუშაობისათვის. მასში მოცემულია:

- ✓ კითხვები, რომლებიც მოსწავლეს აძლევს თვითშემოწმების საშუალებას;
- ✓ „ა“ ჯგუფის სავალდებულო სავარჯიშოები;
- ✓ „ბ“ ჯგუფის გართულებული ტიპის სავარჯიშოები.

იმისათვის, რომ ჩამოთვლილი ორი სახის სავარჯიშო მოსწავლემ ადვილად გაარჩიოს, სახელმძღვანელოში მათი ნუმერაცია განსხვავებულ ფერებსა და განსხვავებულ ფიგურებშია ჩასმული:



სახელმძღვანელოში გვხვდება დავალებები, რომელთა შესასრულებლად ინფორმაციულ-საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების გამოყენებაა საჭირო. ასეთი დავალებები მრავალფეროვანია: გამოთვლების, ალგებრული ჩანაწერის, ცხრილის, დიაგრამის, გრაფიკის შესადგენად და მისი ცვლილების შესასრულებლად კომპიუტერის შესაბამისი პროგრამის გამოყენება, ინფორმაციის ინტერნეტის საძიებო სისტემების საშუალებით მოპოვება, კომპლექსურ დავალებებზე მუშაობა, პრეზენტაცია და სხვ.

პარაგრაფები თემების მიხედვით გაერთიანებულია თავებად. ყოველ თავს აქვს თავფურცელი, რომელშიც მოცემულია ამ თავის თემათა ჩამონათვალი, თავის მიზნები და კომპლექსური დავალება, რომელიც თავის თემატიკას უკავშირდება.

თავს ბოლოში აქვს „თავის მიმოხილვა“, რომელიც მოკლედ მიმოიხილავს თავში შესწავლილ მასალას, შეახსენებს მოსწავლეს იმ შედეგებს, რომელთაც მან ამ თავის შესწავლის შედეგად მიაღწია. აქვე მოცემულია დამატებითი სავარჯიშოები, რომელთა მიზანი მოცემულ თავში შესწავლილი მასალის განმტკიცებაა.

თავის ბოლო ერთეულია ტესტი თვითშეფასებისათვის, რომელიც ამოსარჩევი პასუხების მქონე 25 დავალებას შეიცავს. ტესტში წარმოდგენილი დავალებები ეხმარება მოსწავლეს, შეაფასოს მოცემულ თავში გათვალისწინებული შედეგების მიღწევის დონე. მოსწავლეს თავად შეუძლია დაადგინოს როგორც განმავითარებელი, ისე განმსაზღვრელი შეფასება. თვითშეფასებისთვის მოსწავლეებს შეიძლება შევთავაზოთ ფორმულა:

$m=(n \cdot 0,4)$ , სადაც  $n$  სწორი პასუხების რაოდენობა,  $m$  კი შეფასებაა, რომელიც  $n \cdot 0,4$ -ის ერთეულამდე დამრგვალებით მიიღება. ამ ფორმულით მიღებული ქულების მიხედვით მოცემულ თემაზე მოსწავლის ცოდნის დონე შემდეგნაირად ფასდება: 0-დან 4-მდე – არადამაკმაყოფილებელია, 5-6 – დამაკმაყოფილებელი; 7-8 – კარგი; 9-10 სანიმუშო. თვითშეფასების ტესტებზე მოსწავლეებმა სასურველია კლასში იმუშაონ.

დავალებებს შორის მნიშვნელოვან როლს თამაშობს სხვადასხვა რუბრიკა, როგორცაა: „აბა, სცადე!“, „შესაძლებელია თუ არა?“, „წყვილებში სამუშაო“, „ჯგუფური სამუშაო“, „პრაქტიკული სამუშაო“, რომლებიც სახელმძღვანელოს ყოველ თავშია მოცემული. მათი მიზანია, მათემატიკური ცოდნის გაღრმავებასთან ერთად, მიაჩვიოს მოსწავლე სამუშაოს დაგეგმვას, საჭირო ინფორმაციის დამოუკიდებლად მოპოვებასა და დამუშავებას, ნაშრომის პრეზენტაციას.

განსხვავებული დატვირთვა აქვს თავფურცელზე მოცემული „აბა, სცადე“-ს დავალებას. მას, როგორც მთლიანად თავფურცელს, თავში მოცემული მასალის რეკლამის ფუნქცია აკისრია. მის შესასრულებლად შესაბამისი თავის მასალის საფუძვლიანი ცოდნაა საჭირო.

ცალკე უნდა გამოვყოთ „კომპლექსური დავალება“, რომელიც მოცემული თავის მთავარ თემას (თემებს) ეძღვნება. ყოველ თავს აქვს თითო კომპლექსური დავალება. ეს დავალება თავის თავფურცელის მეორე გვერდზეა მოცემული. კომპლექსურ დავალებასთან დაკავშირებული აქტივობები, შესრულების ეტაპები, კითხვები და შესრულების ნიმუშები მასწავლებლის წიგნშია მოცემული.

#### **მოსწავლის სახელმძღვანელოს შინაარსი**

სახელმძღვანელოს პირველი თავი ეძღვნება გამეორებას. ამ თავში მოცემულია საბაზო სკოლაში განვლილი მასალის მნიშვნელოვანი ნაწილი. კერძოდ: მოქმედებები სიმრავლეებზე, რიცხვითი სიმრავლეები და გამოთვლები, ფარდობა, პროპორცია, პროცენტი, ხარისხი, სამომხმარებლო არითმეტიკა.

მეორე თავში მოცემულია ლოგიკის საწყისები. ამ თავის მიზანია მოსწავლეებმა უმარტივეს მათემატიკურ და ყოფით მაგალითებზე დაყრდნობით გაიაზრონ ლოგიკის ძირითადი ცნებები; შეძლონ მოცემული გამონათქვამის უარყოფის, შებრუნებული გამონათქვამის, ტოლფასი გამონათქვამის ჩამოყალიბება; გამონათქვამის ქვემარტივება-მცდარობის დადგენა; მოცემულ თეორემაში პირობისა და დასკვნის გარჩევა; ტოლფასი და შებრუნებული თეორემების შედგენა; დებულების მცდარობის დასაბუთება კონტრმაგალითის მოყვანით; ცნებებს შორის მიმართების დადგენა და ვენის დიაგრამით გამოსახვა; ამა თუ იმ მიზნის შესაბამისი ალგორითმისა და ამ ალგორითმის ბლოკ-სქემის შედგენა. ამასთან, სავარჯიშოები ისეა შერჩეული, რომ პარალელურად მოხდეს წინა კლასებში განვლილი მასალის გამეორება და ლოგიკის ტერმინებში გააზრება.

მესამე თავში პირველი ოთხი პარაგრაფი სტატისტიკის საკითხებს ეძღვნება. ამ მიმართულების მოსწავლეთათვის კარგად ცნობილი ისეთი საკითხების გამეორებასთან ერთად, როგორცაა, მონაცემთა წარმოდგენის ფორმები, ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულები და სხვა. მარტივ მაგალითებზე დაყრდნობით მოცემულია ისეთი ცნებების განმარტებები, როგორცაა ფოკუსი ჯგუფი, სამიზნე აუდიტორია, პოპულაცია, კორელაცია, საუკეთესო მიახლოების წრფე, ორგანზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილი და სხვა. შესაბამის სავარჯიშოებში მოსწავლეები კვადრატებისა და მარკირება-დაჭერის მეთოდებით დაითვლიან პოპულაციების რიცხოვნებას, მონაცემებისთვის შეადგენენ ორგანზომილებიან ცხრილებს, დაადგენენ მონაცემთა კორელაციის სახეს, საუკეთესო მიახლოების წრფის გამოყენებით გამოთქვამენ მოსაზრებას აქტუალურ საკითხებთან დაკავშირებით და ა.შ.

ამავე თავის ბოლო ოთხი პარაგრაფი ეძღვნება კომბინატორიკისა და ალბათობის საკითხებს. აქ განხილული ყველა თემა უკვე წინა კლასებიდანაა მოსწავლეებისთვის ცნობილი. მიუხედავად ამისა, ამ მიმართულების სპეციფიკიდან გამომდინარე, შევეცადეთ ეს თემები წარმოგვეჩინა ისე, რომ მოსწავლეთათვის ყოფილიყო საინტერესო და ადვილად დასაძლევია.

იმისათვის, რომ ხაზი გაგვესვა და თვალსაჩინოდ გვეჩვენებინა ის მჭიდრო კავშირი, რაც არსებობს სიმრავლურ ოპერაციებსა და ხდომილობებზე მოქმედებებს შორის, ისევე, როგორც სიმრავლეების შემთხვევაში, აქაც ხდომილობებს ვენის დიაგრამებით გამოვსახავთ, ხოლო გამონათქვამებსა და ხდომილობებს შორის ანალოგიების წარმოსაჩენად მათთვის და მათზე ოპერაციებისთვის ერთსა და იმავე აღნიშვნებს ვიყენებთ. მაგალითად:  $\overline{\overline{A}}$  მეორე თავში აღნიშნავს  $A$  გამონათქვამის უარყოფას, ხოლო მესამე თავში  $A$  ხდომილობის საწინააღმდეგოს;  $A+B$  მეორე თავში ორი გამონათქვამის ჯამია, ხოლო მესამე თავში ორი ხდომილობის ჯამი და ა.შ. ანალოგიებს მოსწავლეები აღმოაჩენენ ტოლობებშიც. მაგალითად,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{და} \quad p(A + B) = p(A) + p(B) - p(A \cdot B), \quad \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}},$$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B} \quad \text{და ა.შ.}$$

ორი ნაწილისაგან შედგება მასწავლებლის წიგნიც. თითოეული მათგანი მოიცავს:

- სასწავლო მასალის თემატურ განაწილებას;
- თითოეული თავის დასაწყისში მოცემულ მიზნებს;
- თითოეული თავისა და თითოეული პარაგრაფის ძირითად მიზნებს;
- იმ ცოდნისა და უნარების ჩამონათვალს, რომელსაც შეიძენს მოსწავლე თითოეული პარაგრაფის შესწავლის შედეგად;
- მეთოდურ რეკომენდაციებს;
- მეთოდურ კომენტარებს სავარჯიშოების შესახებ და პასუხებს;
- შემაჯამებელი წერის ნიმუშებს და მათი შეფასების სქემებს;
- ქვიზებს და მათი შეფასების სქემებს;
- კომპლექსურ დავალებებსა და მათი შესრულების ეტაპებს.

შემაჯამებელი წერის ნიმუშები (სულ 10 ნიმუშია – I სემესტრში 4 და II-ში – 6), X ნიმუში მთელი კურსის შემაჯამებელი წერისთვისაა განკუთვნილი).

დავალებათა ვარიანტებს შორის მხოლოდ რიცხვითი მონაცემებია განსხვავებული. ნიმუშებს თან ახლავს განმსაზღვრელი და განმავითარებელი შეფასების სქემები. სქემები შედგენილია 1-ელი ვარიანტების მიხედვით. განმსაზღვრელ შეფასებას თან ახლავს თითოეული დავალების ამოხსნის საფეხურები, შესაბამისი პასუხებით და ქულებით. მოსწავლის ნამუშევარი ფასდება თითოეულ საფეხურზე მიღებული ქულათა ჯამით. მაქსიმალური ჯამური ქულაა 10.



# საათების სავარაუდო თემატური

## განაწილება

### I სემესტრი

(კვირაში 5 საათი, სულ 74 საათი)

#### თავი 1

#### რიცხვები და მოქმედებები

#### გამეორება

(20 სთ)

§№	თემის დასახელება	განკუთვნილი საათების რაოდენობა
1.1	სიმრავლე	1
1.2	რიცხვითი სიმრავლეები	2
1.3	რიცხვითი შუალედები	2
1.4	რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი და უმცირესი საერთო ჯერადი	2
1.5	არითმეტიკული მოქმედებები	2
1.6	პროცენტი	2
1.7	პროპორცია	2
1.8	მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი	2
	დამატებითი სავარჯიშოები	2
	კომპლექსური დავალება (პრეზენტაცია)	1
	შემაჯამებელი სამუშაო № 1	1
	ტესტი თვითშეფასებისთვის	1

**თავი 2**  
**ლოგიკის ელემენტები**  
(27სთ)

2.1	გამონათქვამი	2
2.2	გამონათქვამის უარყოფა	2
2.3	„და“ და „ან“ კავშირები	3
2.4	პირობითი გამონათქვამი	3
2.5	შებრუნებული პირობითი გამონათქვამი. ტოლფასი გამონათქვამები	3
2.6	თეორემა. ურთიერთშებრუნებული თეორემები	2
2.7	თეორემის დამტკიცება სანინაალმდეგოს დაშვებით	2
2.8	ცნებათა შორის მიმართება	2
2.9	ალგორითმი და ბლოკ-სქემა	3
	მეორე თავის მიმოხილვა	2
	კომპლექსური დავალება (პრეზენტაცია)	1
	შემაჯამებელი სამუშაო №2	1
	სათადარიგო დრო	1

**თავი 3**  
**სტატისტიკა და ალბათობა**  
(27 სთ)

3.1	მონაცემთა შეგროვება	2
3.2	მონაცემთა წარმოდგენა	2
3.3	საუკეთესო მიახლოების წრფე	2
3.4	ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულები	2
	შემაჯამებელი სამუშაო №3	1
3.5	კომბინატორიკის ამოცანები	2
3.6	ხდომილობის ალბათობა	3
3.7	მოქმედებები ხდომილობებზე	4
3.8	დიაგრამები	3
	მესამე თავის მიმოხილვა	2
	კომპლექსური დავალება (პრეზენტაცია)	1
	შემაჯამებელი სამუშაო №4	1
	სათადარიგო დრო	2

# მიზნები, მეთოდური რეკომენდაციები, კომპლექსური დავალებები, კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები

## თავი 1. რიცხვები და მოქმედებები

**მიზანი:** საბაზო სკოლაში განვლილი მასალის გამეორება.

იმის გამო, რომ დიდი მოცულობის მასალის გამეორება გვინევს, ისინი სახელმძღვანელოს პირველ და მეორე ნაწილებში გადავანაწილეთ. პირველ ნაწილში ვიმეორებთ მოქმედებებს სიმრავლეებზე, რიცხვებზე, სიდიდეებს შორის პროპორციულ დამოკიდებულებებს, ამოცანებს პროცენტზე და მთელმარჯვენებლიან ხარისხს. თავის მასალის მიხედვით შედგენილია: გარკვეულ თემასთან ან თემატურ ბლოკთან დაკავშირებული ქვიზები, ტესტი თვითშემოწმებისათვის და შემაჯამებელი სამუშაო №1.

### თემატური მატრიცა

<b>მიმართულება – რიცხვები</b> <b>კლასი – მე-10</b> საათების სავარაუდო რაოდენობა – 20 სთ			
<b>სამიზნე ცნებები/საკითხები</b> სიმრავლე, რიცხვითი სიმრავლეები და მათი თვისებები პროპორცია, პროცენტი. <b>მაკრო ცნება:</b> ფორმა; კავშირები; მოდელირება.			
<b>სამიზნე ცნებები და მკვიდრი წარმოდგენები</b> <b>სამიზნე ცნებები</b> რიცხვითი სიმრავლეები და მათი თვისებები, პროცენტი. <b>სტანდარტი შედეგები:</b> მათ.საშ. 1 მათ.საშ. 6 მათ.საშ. 8	<b>საკითხი/ქვე-საკითხები/ქვე-ცნებები</b> რიცხვითი სიმრავლეები ქვესაკითხები: რიცხვითი სიმრავლეები, არითმეტიკული მოქმედებები რიცხვებზე. სამომხმარებლო არითმეტიკა ქვესაკითხი: მარტივად და რთულად დარიცხული	<b>საკვანძო შეკითხვა/ზოგადი შეკითხვები</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>რომელი უფრო მომგებიანია – მარტივი პროცენტით დარიცხვა, თუ რთული პროცენტით დარიცხვა:                      ა) განსხვავებული;                      ბ) ერთნაირი რიცხვითი მონაცემების შემთხვევაში?</li> <li>რას უნდა მივაქციოთ ყურადღება გადანყვეტილების მიღებამდე?</li> <li>როგორ ხდება პროცენტის, წილადისა და ათწილადის დაკავშირება? ახსენი და მოიყვანე მაგალითები.</li> <li>როგორ ხდება სხვა-</li> </ul>	<b>კომპლექსური დავალების პირობა/შეფასების კრიტერიუმი</b> მოსწავლეს უნდა შეეძლოს: <ul style="list-style-type: none"> <li>რაოდენობრივი მსჯელობა რიცხვით გამოსახულებასთან მუშაობის დროს.</li> <li>მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლისას.</li> <li>რიცხვის წარმოდგენა სხვადასხვა ფორმით.</li> <li>გამოთვლებთან და რაოდენობის შეფასებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნა.</li> <li>პროცენტთან დაკავშირებული მოქმედებების შესრულება.</li> </ul>

	საპროცენტო განაკვეთი	დასხვა ფორმით მოცემული რიცხვების შედარება? <ul style="list-style-type: none"> <li>როგორ ხდება პროცენტის, წილადისა და ათწილადის შედარება?</li> <li>როგორ ხდება პროცენტული ცვლილების დადგენა?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>წილადის, ათწილადისა და პროცენტის დაკავშირება და შესაბამისობის დადგენა.</li> <li>პროცენტული ცვლილებების დადგენა.</li> <li>პროცენტის გამოყენება რეალურ ცხოვრებაში.</li> </ul>
<p><b>მკვიდრი წარმოდგენები</b></p> <p>1. ნატურალური, მთელი და წილადი რიცხვების გარდა არსებობს ირაციონალური რიცხვები.</p> <p>2. რიცხვის წარმოდგენა/ჩანერა დაშესაძლებელია სხვადასხვა ფორმით: წილადის, ათწილადის, პროცენტის.</p> <p>პროცენტის სახით ჩანერილი რიცხვი გვიჩვენებს ამ რიცხვში მეთხუთმედს რაოდენობას.</p> <p>3. მათემატიკურ პრობლემასთან მუშაობისას მათემატიკური ოპერაციების გამოყენებით, მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვით, ასევე,</p>	<p><b>ეტაპი I.</b> კომპლექსური დავალების პირობების გაცნობა</p> <p>საკანძო შეკითხვა:</p> <p>1) რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი?</p> <p>2) როგორ დავადასტურო რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p> <p><b>ეტაპი II.</b> მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების საჭირო საკითხების გახსენებით.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>რას ეწოდება მარტივი საპროცენტო დარიცხვა?</li> <li>რას ეწოდება რთული საპროცენტო დარიცხვა?</li> <li>რა შინაარსობრივი განსხვავებაა ამ ორ დარიცხვას შორის?</li> <li>ერთი და იმავე საწყისი თანხისა და ერთი და იმავე პროცენტის შემთხვევაში, იძლევა თუ არა განსხვავებას მარტივი და რთული დარიცხვა ერთჯერადი დარიცხვის დროს? ორჯერადი დარიცხვის დროს?</li> </ul> <p><b>ეტაპი III.</b> კომპლექსური დავალების წარდგენა</p> <p>იმ სანარმოს ხელმძღვანელმა, სადაც ანა მუშაობის დაწყებას აპირებს, ანას ანაზღაურების ორი ვარიანტი შესთავაზა:</p> <p>1) საწყისი თანხა იქნება 1000 ლარი, რომელსაც ექვსი თვის განმავლობაში</p>	<p><b>შენი დავალება:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>დაუკავშირდი რამდენიმე ბანკს და გაარკვიე ანაზღაურების პირობები.</li> <li>ყოველივე ამის შემდეგ მიიღე საუკეთესო გადაწყვეტილება იმის შესახებ, თუ რომელ ბანკს ან საინვესტიციო კომპანიას მიმართო თანხის დასაბანდებლად, რა პირობებითა და რა ვადით.</li> </ul> <p><b>პრეზენტაციისას ინფორმაცია წარმოადგინე ორგანიზებული ექსელის ფორმაში ან შენთვის მისაღები ფორმით.</b></p> <p><b>პრეზენტაციისას:</b></p> <p><b>1) პასუხი გაეცი შემდეგ კითხვებს:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>რა იქნება ყოველთვიური თანხა ა) მარტივი პროცენტით დარიცხვის შემთხვევაში; ბ) რთული</li> </ul>	

<p>ტექნოლოგიების გამოყენებით შესაძლებელია ზუსტი ან მიახლოებითი ამოხსნების მოძიება.</p> <p>4. პროცენტული ცვლილება გვიჩვენებს, როგორ გაიზარდა ან შემცირდა სიდიდე. აღნიშნული ცვლილება მოიცემა პროცენტის სახით.</p>	<p>ყოველთვიურად:</p> <p>ა) მარტივი საპროცენტო განაკვეთით დაერიცხება 20% ნამატი;</p> <p>ბ) რთული საპროცენტო განაკვეთით დაერიცხება 18% ნამატი.</p> <p>საბოლოოდ ანას ხელფასი მეექვსე თვის ნიშნულზე გაჩერდება.</p> <p><b>დავალება</b></p> <p>გაარკვიე:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რამდენი ლარი იქნება ანას ხელფასი მუშაობის დაწყებიდან მეექვსე თვის:       <ul style="list-style-type: none"> <li>ა) მარტივი პროცენტით დარიცხვის შემთხვევაში;</li> <li>ბ) რთული პროცენტით დარიცხვის შემთხვევაში;</li> </ul> </li> <li>• რა თანხას მიიღებს ანა მარტივი პროცენტით დარიცხვისას ექვსი თვის განმავლობაში?</li> <li>• რა თანხას მიიღებს ანა რთული პროცენტით დარიცხვისას ექვსი თვის განმავლობაში.       <p>რას ურჩევ ანას, ხელფასის რომელი ვარიანტი უნდა აირჩიოს მან და რატომ?</p> <p>მოამზადე ნაშრომი საპრეზენტაციოდ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ნაშრომში უპასუხე დავალებაში დასმულ კითხვებს;</li> <li>✓ ჩანერე შენ მიერ ჩატარებული გამოთვლები;</li> <li>✓ შეადგინე ცხრილი ანას ყოველთვიური ხელფასის მიხედვით ექვსი თვის განმავლობაში, როგორც მარტივი, ისე რთული დარიცხვის შემთხვევისთვის;</li> <li>✓ ცხრილის მიხედვით ააგე ხაზოვანი დიაგრამა. დიაგრამის აგებისას</li> </ul> </li> </ul>	<p>პროცენტით დარიცხვის შემთხვევაში? (თითოეული გამოთვლა წარმოადგინე ცხრილის და ხაზოვანი დიაგრამის მეშვეობით. ცხრილი ააგე ვორდში, ხოლო ხაზოვანი დიაგრამა ექსელში.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რა ფორმით ჩანერილ დარიცხვებზე შეასრულე მოქმედებები დარიცხვის გამოთვლისას?</li> <li>• როგორ გეხმარება ტექნოლოგიები (ასევე ექსელი) ზუსტი ან მიახლოებითი გამოთვლების წარმოებაში?</li> </ul> <p>2) ცხრილის მიხედვით ისაუბრე ანაბრის ნაზრდზე.</p> <p>3) დაწერე მარტივი პროცენტით დარიცხვის ფორმულა</p> <p>4) დაწერე რთული პროცენტით დარიცხვის ფორმულა.</p> <p>5) დაწერე, როგორ გამოთვალე ექვსი თვის განმავლობაში მიღებული თანხა, როგორც მარტივი ისე რთული მეთოდით დარიცხვის შემთხვევაში.</p> <p>6) დაადგინე კავშირი</p>
---	--	---

	<p>ისარგებლე ექსელის საოფისე პროგრამით.</p>	<p>თვეებსა/წლებსა და მიღებულ თანხას (ან ნაზრდს) შორის.</p>	
	<p><b>ეტაპი III. კომპლექსურ დავალებაზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</b></p> <p>საკითხის/საკითხების დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით.</p> <p>მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება</p>	<p><b>მასწავლებლის მიერ მოსწავლის მიმართ დასმული კითხვები</b></p> <p>სასურველია კითხვები ისე დაისვას, რომ მოსწავლემ გაიაზროს რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (მაგალითად, ჰოიას მეთოდით).</p>	
	<p><b>სადისკუსიო კითხვები</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რას ეწოდება პროცენტი?</li> <li>• რა კავშირი არსებობს პროცენტს, წილადსა და ათწილადს შორის? <ul style="list-style-type: none"> <li>• როგორ გამოითვლი მარტივი პროცენტით დარიცხვას?</li> <li>• როგორ გამოითვლი რთული პროცენტით დარიცხვას?</li> </ul> </li> <li>• რა განსხვავებაა რთული და მარტივი მეთოდით დარიცხვებს შორის?</li> <li>• დარიცხვის რომელი მეთოდია მომგებიანი: მარტივი დარიცხვის თუ რთულის? რატომ? ყოველთვის?</li> </ul>		
	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ?</p>		<p>პროცენტისა და მასთან დაკავშირებული მოქმედებების ცოდნა გვეხმარება ფინანსური და ყოველდღიური საკითხების გადაჭრაში.</p>
	<p><b>ეტაპი IV.</b> თუ მოსწავლემ ვერ დაძლია პროგრამა, მომდევნო კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა.</p>		

მოსწავლის მხრიდან კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის პროცესში  
მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები

1. პრობლემის/საკითხის გაგება

- რას ნიშნავს საპროცენტო განაკვეთი?
- რას ნიშნავს მარტივი დარიცხვის მეთოდი?
- რას ნიშნავს რთული დარიცხვის მეთოდი?

2. გეგმის შემუშავება

- როგორ დაგეგმე სამუშაო?
- რა იყო შენი ვარაუდი ამოხსნის დანყებამდე?
- გადაგიჭრია თუ არა მსგავსი პრობლემა? როგორ?

3. გეგმის მიხედვით მუშაობა

- როგორ გადაჭერი პრობლემა? აღწერე პროცესი.

4. შეფასება

- რამდენად დაემთხვა ამოხსნები შენ მიერ გამოთქმულ ვარაუდს?
- შენ მიერ ჩატარებული გამოთვლების გარდა შეიძლებოდა თუ არა კითხვებზე პასუხის გაცემა სხვა გზით?
- რამდენად გასაგებად და ორგანიზებულად გაქვს პრობლემის გადაჭრა წარმოდგენილი?
- რამდენად დაეხმარება შენი ნამუშევარი მსგავსი პრობლემით დაინტერესებულ ადამიანს?

1.1 სიმრავლე

მიზანი: გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემებზე:

- სიმრავლებს შორის მიმართებები;
- მოქმედებები სიმრავლებზე;
- მიმართებებისა და მოქმედებების ვენის დიაგრამით გამოსახვა.

კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:

სავ. №9. გ).

სავ. №10. ბ).

სავ. №11 ა) მე-2; ბ) მე-4; გ) 1-ლი.

სავ. №13. დ).

№15. იმის გამო რომ გაერთიანების ფართობი  $3\text{სმ}^2$ -ით ნაკლებია ფიგურების ფართობთა ჯამზე ვასკვნით, რომ ეს ფიგურები იკვეთება და საერთო ნაწილის ფართობია  $3\text{სმ}^2$ . პასუხი: ა)  $3\text{სმ}^2$ ; ბ)  $9\text{სმ}^2$ ; გ)  $6\text{სმ}^2$ .

## 1.2. რიცხვითი სიმრავლებები

**მიზანი:** გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემებზე:

- ნატურალურ, მთელ, რაციონალურ და ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლებებს შორის მიმართებები;
- მიმართებების ვენის დიაგრამით გამოსახვა.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

სავ. №1. ლურჯი.

სავ. №8. ერთ წრეში მაინც რომაა გაერთიანებული, მათი რაოდენობა გამოვთვალოთ პარაგრაფში მოცემული ფორმულით:  $11+13-7=17$ . დანარჩენი მოსწავლეები არ არიან გაერთიანებული წრეებში:  $25-17=8$ .

სავ. №9.  $24+30-35=22$ .

სავ. №10. ა) როცა  $B \subset A$ ; ბ) როცა  $B = A$ ; გ) როცა  $A \subset B$ .

სავ. №11. გ).

სავ. №12  $\frac{3n+19}{n+2} = \frac{3n+6+13}{n+2} = 3 + \frac{13}{n+2} \Rightarrow n+2 = \pm 1, n+2 = \pm 13$ . პასუხი: -1, -3, 11, -15.

## 1.3 რიცხვითი შუალედები

**მიზანი:** გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემებზე:

- რიცხვების განლაგება რიცხვით წრფეზე;
- რიცხვების შედარება;
- რიცხვითი შუალედების ნაკითხვა, ჩანერა და გამოყენება;
- რიცხვითი უტოლობის თვისებები.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები**

სავ. №2.  $\frac{2}{5} \in (0; 0,4]$ .

სავ. №3.  $\frac{7}{10}$  და 1,3.

სავ. №4. 0,9.

სავ. №5.  $\frac{7}{10}$ .

სავ. №6. 10,6 და -3,4.

სავ. №8.  $\frac{14+(-1)}{2} = 6,5; |-1-6,5| = |14-6,5|$ .

სავ. №13. ა) 9; ბ) 0.

სავ. №14. უნდა გამოვთვალოთ საშუალო არითმეტიკული: ა) -3; ბ) 2.



სავ.№15. A-დან B-მდე მანძილია  $22 - (-5) = 27$ . ამიტომ A-დან უნდა გადავზომოთ:

$$-5 + 18 = 13. \quad \text{პასუხი. } C(13).$$

სავ.№16. ვთქვათ, A-ს კოორდინატია 12. მაშინ B-ს კოორდინატი იქნება 4, ხოლო C-ს

კოორდინატი - 3.  $AC = 12 - 3 = 9$ ; ხოლო  $BC = 1$ .  $\frac{AC}{BC} = \frac{9}{1} = 9$ .

სავ.№17. ქართული - 0,81; ქიმია - 0,8; მათემატიკა - 0,8; ფიზიკა - 0,84; ისტორია - 0,9.

პასუხი: ისტორია.

სავ.№18. ა)  $x \in (0; 1]$ ; ბ)  $x \in [1; +\infty)$ ; გ)  $x = 1$ .

## ქვიზი №1

თემა: სიმრავლეები და მათზე მოქმედებები

1) ამოარჩიე მართებული წინადადება:

თუ A სიმრავლის ყველა ელემენტი ეკუთვნის B სიმრავლეს, მაშინ:

- ა) B სიმრავლე A სიმრავლის ქვესიმრავლეა;
- ბ) A სიმრავლე B სიმრავლის ქვესიმრავლეა;
- გ) A სიმრავლე B სიმრავლის ტოლია;
- დ) A სიმრავლე ცარიელია.

2) ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი წინადადება არაა მართებული?

ცარიელი სიმრავლეა:

- ა) ლუნი და კენტი რიცხვების სიმრავლეთა თანაკვეთა;
- ბ) რაციონალური და ირაციონალური რიცხვების სიმრავლეთა თანაკვეთა;
- გ) ორი პარალელური წრფის გადაკვეთის წერტილთა სიმრავლე;
- დ) 3-ის და 5-ის საერთო გამყოფთა სიმრავლე.

3) შეარჩიე ტოლი სიმრავლეები:

- ა)  $\{2; 4; 2; 5\}$ ,  $\{2; 4; 5\}$ ;    ბ)  $\{10\}$ ,  $\{-10\}$ ;
- გ)  $\{10; 35\}$ ,  $\{10; -35\}$ ;    დ)  $\{50; 70\}$ ,  $\{70; 50\}$ .

4) მოცემულთაგან რომელია  $A = \{5; 10; 15; 20; 25; 30\}$  სიმრავლის ქვესიმრავლე?

- ა)  $\{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35\}$ ;    ბ)  $\{5; 10; 15; 20; 25; 40\}$ ;    გ)  $\{30; 15\}$ ;    დ)  $\{25; 35\}$ .

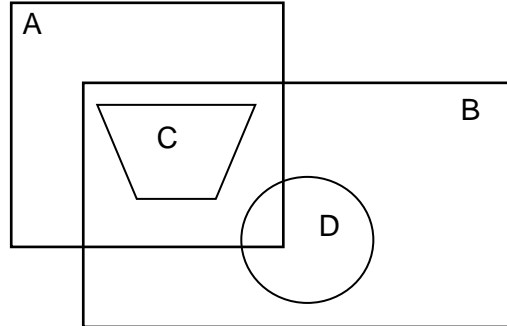
5) მოცემულია ორი სიმრავლე:  $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$ ,  $B = \{6; 8; 10; 12\}$ . ქვემოთ

მოცემულთაგან რომელია  $A \cap B$  სიმრავლე?

- ა)  $\{2; 4\}$ ;    ბ)  $\{6; 8; 10; 12\}$ ;    გ)  $\{2; 4; 6; 8; 10\}$ ;    დ)  $\{6; 8; 10\}$ .

- 6) მოცემულია ორი სიმრავლე:  $A = \{1; 4; 7; 9\}$ ,  $B = \{1; 3; 7; 9; 12\}$ . ქვემოთ მოცემულთაგან რომელია  $A \cup B$  სიმრავლე?  
 ა)  $\{3; 12\}$ . ბ)  $\{1; 4; 7; 9\}$ ; გ)  $\{1; 3; 4; 7; 9; 12\}$ ; დ)  $\{1; 4; 7; 9\}$ .

- 7) ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი ჩანანერია მართებული ნახაზის მიხედვით?  
 ა)  $A \subset C$ , ბ)  $A \subset B$ ,  
 გ)  $B \subset D$ , დ)  $C \subset A$ .



- 8) რა შუალედებია  $A$  და  $B$  სიმრავლეთა გაერთიანება და თანაკვეთა, თუ  $A = (-5; 8)$ , ხოლო  $B = [-7; 1]$ ?  
 ა)  $A \cup B = [-7; 8)$  და  $A \cap B = (-5; 1]$ ;  
 ბ)  $A \cup B = (-7; 8)$  და  $A \cap B = [-5; 1]$ ;  
 გ)  $A \cup B = [1; 8)$  და  $A \cap B = (-7; 1]$ ;  
 დ)  $A \cup B = (-5; 1)$  და  $A \cap B = [-7; 8]$ ;

- 9) თუ  $a, b, c$  და  $d$  ისეთი რიცხვებია, რომ  $[a; b] \subset (c; d)$ , მაშინ:  
 ა)  $a > c$  და  $b < d$ ;  
 ბ)  $a > c$  და  $b > d$ ;  
 გ)  $a < c$  და  $b > d$ ;  
 დ)  $a < c$  და  $b < d$ .

- 10) 30 მეთექვსმეტიდან 18 ფეხბურთის სექციაში ვარჯიშობს, 10- კალათბურთის, ხოლო 3 – ორივე სექციაში. რამდენი მოსწავლეა კლასში, რომელიც არცერთ სექციაში არ ვარჯიშობს?  
 ა) 2; ბ) 3; გ) 5; დ) 8.

ქვიზის პასუხები:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ბ	დ	დ	გ	დ	გ	დ	ა	ა	გ

განმავითარებელი შეფასების სქემა ქვიზის მიხედვით

აქტივობები	არადამაკმაყოფილებელი	დამაკმაყოფილებელი	კარგი	სანიმუშო
დავალების გააზრება	არ აქვს დავალება სწორად გააზრებული.	ნაწილობრივ აღიქვამს დავალებას.	კარგად აქვს დავალება გააზრებული.	ზუსტად აქვს დავალება გააზრებული.
სიმრავლური ცნებების დაუფლება და გამოყენება	არ ესმის ცნების არსი, ვერ ახერხებს ინტერპრეტაციას და ვერ საზღვრავს გამოყენების არეალს.	შეუძლია მარტივი ცნებებისა და ტერმინების ინტერპრეტაცია. ვერ ახერხებს განსაზღვროს ცოდნის გამოყენების არეალი.	ეუფლება ცნებებს, თუმცა ზოგიერთ დავალებას არასწორად ასრულებს.	ღრმად ესმის ცნების არსი, დავალებას უშეცდომოდ, სრულად ასრულებს.
სიმრავლეთა გაერთიანება, თანაკვეთა.	ვერ ასრულებს სიმრავლურ ოპერაციებს.	ნაწილობრივ ასრულებს სიმრავლურ ოპერაციებს, უშვებს შეცდომებს.	სრულყოფილად ფლობს სიმრავლეთა გაერთიანება/თანაკვეთის ოპერაციებს, მაგრამ ზოგჯერ უშვებს შეცდომას.	სრულყოფილად ფლობს სიმრავლეთა გაერთიანება/თანაკვეთის ოპერაციებს, უშეცდომოდ ასრულებს დავალებას.
სიმრავლებს შორის კავშირებისა და მიმართებების დადგენა, ამოცანის ამოხსნა	ვერ ადგენს სიმრავლებს შორის კავშირებსა და მიმართებებს, არ შეუძლია ამოცანის ამოხსნა	ნაწილობრივ ახერხებს სიმრავლებს შორის კავშირებისა და მიმართებების დადგენას. არა აქვს ანალიზისა და სინთეზის უნარი.	ადგენს სიმრავლებს შორის კავშირებსა და მიმართებებს. აქვს ანალიზისა და სინთეზის უნარი მცირე შეცდომის დაშვებით	ზუსტად ადგენს სიმრავლებს შორის კავშირებსა და მიმართებებს. კარგად აქვს განვითარებული ანალიზისა და სინთეზის უნარი.

#### 1.4 უდიდესი საერთო გამყოფი და უმცირესი საერთო ჯერადი

მიზანი: გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემებზე:

- რიცხვის მარტივ მამრავლებად დაშლა;
- რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფისა და უმცირესი საერთო ჯერადის პოვნა;
- გაყოფადობის ნიშნები.

კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:

სავ. №6. ა) უსგ(72;150)=6; გ) უსჯ(96;144)=288; დ) უსჯ(8; 20; 25)=200.

სავ. №8. 4 ნობათი ( თითოეულში - 5 მანდარინი, 7 ვაშლი).

სავ. №9. პასუხი: 5.

სავ. №10. ციფრთა ჯამია 16. 3-ზე გაყოფა: 21582,21585, 21588. პასუხი: 3.

სავ. №11. უნდა იყოს 3-ის ჯერადი და ლუწი. პასუხი: 2.

სავ. №12. საძიებელი რიცხვი 3-ისა და 4-ის ჯერად რიცხვზე, ანუ 12-ის ჯერად რიცხვზე 1-ით მეტია და 5-ის ჯერადი. ასეთ რიცხვებს შორის უმცირესია 25. პასუხი: 25.

სავ. №13.  $36 = 2^2 \cdot 3^2$ ,  $54 = 2 \cdot 3^3$ . უსჯ(36; 54)=108. პასუხი: 108.

სავ. №14. საძიებელი რიცხვის (45-ის ჯერადი) ციფრთა ჯამი უნაშთოდ უნდა იყოფოდეს 9-ზე და ციფრის ჩანაწერი 0-ით ან 5-ით უნდა ბოლოვდებოდეს. ასეთია: ა)  $4 \cdot 10^7 + 5$  (ციფრთა ჯამია 9).

სავ. №15. მოცემულობიდან ვაკენით, რომ მოცემული რიცხვის მარტივი მამრავლებია ორი ორიანი და ორი სამიანი. პასუხი: 36

შესაძლებელია თუ არა? არა, რადგან ეს რიცხვი 3-ის ჯერადია და არაა 9-ის ჯერადი.

#### 1.5 არითმეტიკული მოქმედებები

მიზანი: გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემებზე:

- არითმეტიკული მოქმედებები წილადებზე;
- მოქმედებათა შესრულების თანმიმდევრობა;
- რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლა.

კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:

სავ. №6. პასუხი: ა) 2,1; ბ) -6; დ)  $\frac{1}{3}$ .

სავ. №7. ა) 428; ბ)  $\frac{50}{3}$ .

სავ. №8. ვისარგებლოთ მანძილის გამოსათვლელი ფორმულით

$s = ut$ .  $s = 2,5 \cdot (15,5 + 3 \cdot 15,5) = 2,5 \cdot 15,5 \cdot 4 = 155$  (კმ). პასუხი: 155 კმ.

სავ. №9. საათში ივსება მილის მეოთხედი და იცლება მეექვსედი. ამიტომ ერთ საათში

აივსება  $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ . ნახევრად ავსებას კი დაჭირდება 6-ჯერ მეტი დრო, ანუ 6სთ.

სავ. №11. მივიღებთ:  $142 \frac{3}{4} + \frac{7}{34} = 142 \frac{51+14}{68} = 142 \frac{65}{68}$ .

სავ. №12. არანესიერ წილადად გადაქცევის შემდეგ ყველაფერი იკვეცება გარდა 11-სა და 101ის. პასუხი:  $\frac{101}{11}$ .

სავ. №13. პასუხი:  $35 \frac{7}{15}$ .

სავ. №14. პასუხი:  $11 \frac{11}{40}$ .

## 1.6 პროცენტი

მიზანი: გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემებზე:

- რიცხვის ჩანერა პროცენტის სახით;
- სამი ამოცანა პროცენტებზე;
- მარტივი და რთული საპროცენტო დარიცხვა;
- პროცენტის გამოყენება პრაქტიკული ამოცანების ამოსახსნელად.

კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:

სავ. №4. ა)  $60 - \frac{60 \cdot 5}{100} = 60 - 3 = 57$ ; ბ) 9.

სავ. №5. ა)  $40 + \frac{40 \cdot 5}{100} = 40 + 2 = 42$ ; ბ) 42.

სავ. №6.  $850 - \frac{850 \cdot 40}{100} = 850 - 340 = 510$  (ლარი) ან  $850 \cdot \frac{(100-40)}{100} = 850 \cdot \frac{6}{10} = 510$  (ლარი).

სავ. №7. ვთქვათ, თავდაპირველი რიცხვია  $x$ . მისი  $p\%$ -ით გაზრდით უნდა მივიღოთ  $10x$ .

ვნერთ განტოლებას:  $x + \frac{px}{100} = 10x \Rightarrow 1 + \frac{p}{100} = 10 \Rightarrow p = 900$ . მაშასადამე, რიცხვს უნდა

მიუვმატოთ მისი 900%, რომ მივიღოთ მასზე 10-ჯერ დიდი რიცხვი.

სავ. №8. პასუხი: 90%-ით.

სავ. №9. ვთქვათ, თავდაპირველი რიცხვია  $x$ . მისი 25%-ით გაზრდით მიიღება  $1,25x$ , რომლის  $p\%$ -ით შემცირებით მიიღება თავდაპირველი რიცხვი, ანუ  $x$ . ვნერთ

განტოლებას:  $1,25x - \frac{1,25px}{100} = x \Rightarrow 125 - 1,25p = 100 \Rightarrow p = 20$ .

პასუხი: უნდა შევამციროთ 20%-ით.

სავ. №11. ვთქვათ, საწყისი ფასი იყო  $a$ . მაშინ ორჯერადი ფასდაკლების შემდეგ იქნება  $a \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,56a$ . პასუხი: დაიკლო 44%-ით.

**სავ. №12.** ვთქვათ, სანყისი ფასი იყო  $a$ . მაშინ ორჯერადი მომატების შემდეგ იქნება  $a \cdot 1,2 \cdot 1,3 = 1,56a$ . პასუხი: მოიმატა 56%-ით.

**სავ. №13.** ვთქვათ, დეკემბრამდე შემოსავალი იყო  $a$ . მაშინ ორი თვის ბოლოს შემოსავალი იქნება:  $a \cdot 1,4 \cdot 0,7 = 0,98a$ . პასუხი: მალაზიის შემოსავალი შემცირდა 2%-ით.

**სავ. №14.** ვისარგებლოთ მარტივი პროცენტის  $a_n = a_0 \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$  ფორმულით.

$$a_{10} = 50000 \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot 10}{100}\right) = 50000 + 40000 = 90000 \text{ (ლარი)}. \text{ პასუხი: } 90000 \text{ ლარი.}$$

**სავ. №15.**  $1260 = 900 \cdot \left(1 + \frac{p8}{100}\right) \Rightarrow p = 5$ . პასუხი: აიღო 5%-იანი სესხი.

**სავ. №17.** ვისარგებლოთ რთული პროცენტის  $a_n = a_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$  ფორმულით.

$$a_2 = 500 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \Rightarrow 500 \cdot 1,21 = 605. \text{ პასუხი: დაგროვდება } 605 \text{ ლარი.}$$

**სავ. №18.**  $2880 : 1,2^2 = 2000$ . პასუხი: 2000 ლარი.

**სავ. №20.** წყლის გარდა იყო  $200 \cdot \frac{84}{100} = 168$  კგ. ეს რაოდენობა გაშრობით არ შეცვლილა.

მეორე მხრივ გვაქვს 180 კგ მშრალი ხორბალი. ამიტომ მასში წყლის რაოდენობა იქნება

$$180 - 168 = 12 \text{ კგ. } 12 \text{ არის } 180\text{-ის } \frac{12}{180} \cdot 100 = \frac{100}{15} \text{ პროცენტი. პასუხი: } 6\frac{2}{3} \%$$

**სავ. №21.** ავზში ჩაედინება 0,4 ნაწილი. ამიტომ, დაჭირდება 2,5ჯერ მეტი დრო. პასუხი: 150%.

## 1.7 პროპორცია

**მიზანი:** გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემებზე:

- პროპორციის თვისებები;
- პირდაპირპროპორციული და უკუპროპორციული დამოკიდებულებების თვისებები;
- რიცხვის დაყოფა მოცემული პროპორციით.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

**სავ. №8.** შენადნობში ოქროს მასა გამოვთვალოთ გამოსახულებით:  $5 \cdot \frac{290}{5+24}$ , რაც 50 გრამის ტოლია. პასუხი: 50 გრამი.

**სავ. №9.** გაზის მოცულობა დროსთან პირდაპირპროპორციულია:  $\frac{1}{x} = \frac{5}{24} \Rightarrow x = 4,8$ .

პასუხი: დაწვავს 4,8 მ<sup>3</sup> -ს.

**სავ. №11.** 5 კგ ბრინჯი მოგვცემს  $5 \cdot \frac{75}{100} = \frac{15}{4}$  კგ სახამებელს. ვთქვათ,  $\frac{15}{4}$  კგ სახამებლის

მისაღებად საჭიროა  $x$  კგ ქერი. მაშინ  $0,6x = \frac{15}{4} \Rightarrow x = \frac{25}{4} = 6,25$  (კგ). პასუხი: 6,25 კგ.

**სავ. №12.** ვთქვათ, ხუთი ექსკავატორი იმავე სამუშაოს  $X$  დღეში შეასრულებს. გავითვალისწინოთ, რომ ექსკავატორების რაოდენობა სამუშაოს შესრულებაზე დახარჯულ დროსთან უკუპროპორციულ დამოკიდებულებაშია:  $5x = 3 \cdot 5 \Rightarrow x = 3$ . პასუხი: 3 დღეში.

**სავ. №16.** 4 ტრაქტორი 4 დღეში 100ჰა-ს ხნავს, მაშინ 12 ტრაქტორი 4 დღეში 300 ჰა-ს მოხვავს, ხოლო 12 ტრაქტორი 12 დღეში მოხნავს 900 ჰა-ს. პასუხი: 900 ჰა-ს.

**სავ. №17.** ვთქვათ, საჭიროა  $X$  მილი. გავითვალისწინოთ, რომ მილების რაოდენობა და აუზიდან წყლის ამოქაჩვაზე დახარჯული დრო უკუპროპორციული სიდიდეებია:  $2,4 \cdot x = 9 \cdot 4$ . პასუხი: საჭიროა 15 მილი.

**სავ. №18.** ვთქვათ, მიზნის მისაღწევად უნდა იმოძრაოს  $X$  კმ/სთ სიჩქარით. გავითვალისწინოთ, რომ მოძრაობაზე დახარჯული დრო სიჩქარის უკუპროპორციულია:  $x \cdot 7 = 77 \cdot 9$ . პასუხი: უნდა იმოძრაოს 99 კმ/სთ სიჩქარით.

**სავ. 24**

1 ტრ. 7 დღ. --- 1  
 1 ტრ. 1 დღ. ---  $\frac{1}{7}$  ნან.  
 1 ტრ. 3 დღ. ---  $\frac{3}{7}$  ნან.  
 2 ტრ. 3 დღ. ---  $\frac{6}{7}$  ნან.  
 პასუხი:  $\frac{6}{7}$  ნან.

**სავ. 30.** ვთქვათ, ვაჟამ გადადგა  $x$  ნაბიჯი, მაშინ ლელა გადადგამდა  $(x + 100)$  ნაბიჯს. ამოცანის პირობის მიხედვით  $3(x + 100) = 5x \Rightarrow x = 150$ . პასუხი: ვაჟამ გადადგა 150 ნაბიჯი.

**სავ. №32.** ვთქვათ, საძიებელი თანხაა  $X$  ლარი.

9 მუშამ 6 დღ-ში 8 სთ-იანში მიიღო 2592 ლარი,  
12 მუშამ 8 დღ-ში 9 სთ-იანში მიიღებს  $X$  ლარა.  
 1 მუშამ 6 დღ-ში 8 სთ-იანში მიიღო 288 ლარი,  
 1 მუშამ 1 დღ-ში 8 სთ-იანში მიიღო 48 ლარი,  
 1 მუშამ 1 დღ-ში 1 სთ-იანში მიიღო 6 ლარი,  
 $6 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 9 = 5184$  ლარი.

შეგვეძლო გამოგვეთვალა პროპორციის გამოყენებით:

9 მუშამ 6 დღ-ში 8 სთ-იანში მიიღო 2592 ლარი,  
12 მუშამ 8 დღ-ში 9 სთ-იანში მიიღებს  $X$  ლარა.  

$$\frac{12}{9} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{9}{8} = \frac{x}{2592} \Rightarrow 2 = \frac{x}{2592} \Rightarrow x = 5184 \text{ (ლარი)}$$

**სავ. №33.**

2 მღებავი 3 სთ-ში -- 12 მ-ს,  
 6 მღებავი 6 სთ-ში ---  $X$  მ-ს.

გავითვალისწინოთ, რომ მუშების რაოდენობა და მწარმოებლობა, დახარჯული დრო და მწარმოებლობა პირდაპირპროპორციული სიდიდეებია.  $\frac{6}{2} \cdot \frac{6}{3} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 72$ . პასუხი: 72 მ-ს.

**სავ. №34**

$$\begin{aligned} &4 \text{ კალ. } 9 \text{ სთ-იანი --- } 8 \text{ დღ.,} \\ &3 \text{ კალ. } 8 \text{ სთ-იანი --- } x \text{ დღ.} \\ &\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 12. \end{aligned}$$

პასუხი: ააშენებს 12 დღეში.

**სავ. №35.** დარჩენილია 6 დღის სამუშაო. ვწერთ პროპორციას:

$$\begin{aligned} &4 \text{ ტრაქტორი } 6 \text{ დღეში,} \\ &6 \text{ ტრაქტორი } x \text{ დღეში.} \\ &4 \cdot 6 = 6x, \quad x = 4. \end{aligned}$$

### 1.8. მთელმჩვენებლიანი ხარისხი

**მიზანი:** მთელმჩვენებლიანი ხარისხის განმარტებისა და თვისებების გახსენება და გამარტივებასა და გამოთვლებში გამოყენება.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

**სავ. №9.** დ)  $\frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-2} - b^{-2}} = \frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} = \frac{\frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}}{\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2}} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2}$ .

**სავ. №14.**  $a^2$  გაიზრდება 4-ჯერ, ხოლო  $b^{-4}$  შემცირდება 16-ჯერ. პასუხი: მოცემული გამოსახულება შემცირდება 4-ჯერ.

**სავ. №15.** ა)  $3^8 \cdot 5^6 = 9 \cdot 3^6 \cdot 5^6 = 9 \cdot 15^6 < 15 \cdot 15^6$ . დ)  $0,2^{-5} = 5^5 < 5^6 = 0,2^{-6}$ .

**სავ. №16.** ა)  $5^{15} + 5^{16} = 5^{15}(1+5) = 6 \cdot 5 \cdot 5^{14} = 30 \cdot 5^{14}$ .

**სავ. №17.** ბ)  $\frac{16^5 + 4 \cdot 16^3}{8^6 + 8^5 - 7 \cdot 8^4} = \frac{16^3(16^2 + 4)}{8^4(8^2 + 8 - 7)} = \frac{2^{12} \cdot 260}{2^{12} \cdot 65} = 4$ .

**სავ. №18.** ბ)  $2^{-1} \cdot 2^n + 4 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5 \Leftrightarrow 4,5 \cdot 2^n = 9 \cdot 2^5 \Leftrightarrow 2^n = 2^6 \Leftrightarrow n = 6$ .

**სავ. №19.** ბ)  $n \in \{1, 2, 3\}$ ; გ)  $n \in \{1, 2\}$ .



## ქვიზი №2

- 1) მოცემულთაგან რომელი პროპორციაა სწორი?  
 ა)  $22:5=81:4$ ; ბ)  $20:8=84:6$ ; გ)  $72:2=108:3$ ; დ)  $120:8=84:6$ .
  
- 2) ადამიანის სხეულის  $\frac{3}{4}$  ნაწილი სითხისაგან შედგება. რამდენი კილოგრამი სითხეა 50კგ-იანი მასის მქონე ადამიანის სხეულში?  
 ა) 37,5კგ; ბ) 35,7კგ; გ) 42 კგ; დ) 21 კგ.
  
- 3) დედამიწის ზედაპირის ფართობი 510 მილ.კმ<sup>2</sup>-ია. წყალს ამ ფართობის 70% უკავია. რა ფართობი უკავია ხმელეთს?  
 ა)  $7285714\frac{2}{7}$  მილ.კმ<sup>2</sup>; ბ)  $153 \cdot 10^6$  მილ.კმ<sup>2</sup>; გ)  $153 \cdot 10^6$  კმ<sup>2</sup>; დ)  $35,7 \cdot 10^8$  მილ.კმ<sup>2</sup>.
  
- 4) გამოთვალე:  $\left(3\frac{1}{4} + 2\frac{3}{8}\right) : \left(2\frac{13}{18} - 1\frac{2}{9}\right)$ .  
 ა) 3,75; ბ) 3,34; გ) 5,625; დ) 1,5.
  
- 5) გამოთვალე:  $\left[\frac{5}{9} + \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\right]^{-1} \cdot 3,5$ .  
 ა) 1,7; ბ) 5,4; გ) 2,5; დ) 1,5.

### ქვიზის პასუხები

1	2	3	4	5
ბ	ა	გ	ა	დ

განმავითარებელი შეფასების სქემა ქვიზის მიხედვით

აქტივობები	არადამაკმაყოფილებელი (1-2 ქულა)	დამაკმაყოფილებელი (3 ქულა)	კარგი (4 ქულა)	სანიმუშო (5 ქულა)
დავალების გააზრება	არ აქვს დავალება სწორად გააზრებული	ნაწილობრივ აღიქვამს დავალებას.	კარგად აქვს დავალება გააზრებული.	ზუსტად აქვს დავალება გააზრებული.
ცნებების დაუფლება, არსის გააზრება და გამოყენება.	არ ესმის ცნების არსი, ვერ ახერხებს ინტერპრეტაციას და ვერ საზღვრავს გამოყენების არეალს.	შეუძლია მარტივი ცნებებისა და ტერმინების ინტერპრეტაცია. ვერ ახერხებს განსაზღვროს ცოდნის გამოყენების არეალი.	ეუფლება ცნებებს, თუმცა ყოველთვის ვერ ახერხებს სტრატეგიის სწორად შერჩევასა და დავალების უშეცდომოდ შესრულებას.	ღრმად ესმის ცნების არსი. სწორად ირჩევს სტრატეგიას. დავალებას უშეცდომოდ, სრულად ასრულებს.
რიცხვების ჩანერა სხვადასხვა სახით. პროპორცია, პროპორციის ძირითადი თვისების, რიცხვის ნაწილის პოვნის წესისა და პროცენტის გამოყენება პრობლემის გადასაჭრელად. არითმეტიკული მოქმედებები, რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლა.	ვერ ამოწმებს პროპორციას, ვერ ითვლის რიცხვის ნაწილს, არ იცის პროცენტის გამოყენება, ეშლება რიცხვებზე მოქმედებები.	ნაწილობრივ იაზრებს ამოცანის შინაარსს, ასრულებს არითმეტიკულ ოპერაციებს, მაგრამ არასწორად შერჩეული სტრატეგიის გამო ვერ იცავს მოქმედებათა თანმიმდევრობის წესს. იცის რა არის პროცენტი, მაგრამ ვერ ახერხებს პროცენტზე ამოცანების ამოხსნას	სრულყოფილად ფლობს აღნიშნულ საკითხებს, იყენებს რიცხვებზე მოქმედების თვისებებს გამოთვლების გასამარტივებლად, იცის არითმეტიკული მოქმედებების შესრულების წესი, რიცხვის პროცენტის გამოთვლის წესი, მაგრამ ზოგჯერ უშვებს შეცდომას.	სრულყოფილად ფლობს საკითხებს. ამოცანის ამოხსნისას და რიცხვითი გამოსახულების გამოთვლისას სწორად ირჩევს სტრატეგიას, იყენებს რიცხვებზე მოქმედების თვისებებს გამოთვლების გასამარტივებლად. უშეცდომოდ, სრულყოფილად ასრულებს დავალებას პროცენტებზე.

**დამატებითი სავარჯიშოები**

**მიზანი:** განვლილი მასალის განმტკიცება

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

**სავ. №10.** ვთქვათ, იანვარში შემოსავალი იყო  $a$  ლარი. მაშინ თებერვალში იქნება  $0,5a$  ლარი, ხოლო მარტში –  $1,5 \cdot 0,5a$  ლარი.  $1,5 \cdot 0,5a = 0,75a$ . ე.ი. შემოსავალი შემცირდა 25%-ით.

**სავ. №14.** ვთქვათ, იყო  $x$  ლიტრი ხსნარი. 2 ლიტრის აორთქლების შემდეგ დარჩა  $(x-2)$  ლიტრი. ერთმანეთს გაფუტოლოთ ის, რაც არის ხსნარში წყლის გარდა:  $0,9(x-2) = 0,8x$ . პასუხი: 18 ლიტრი.

**სავ. №15.** ამოცანის პირობის თანახმად ლანას ხელფასის  $\frac{12}{15}$  – ის მესამედი არის 800 ლარი. პასუხი: ლანას ხელფასია  $15:4 \cdot 800 = 3000$  ლარი.

**სავ. №16.** ვთქვათ, დაემატა  $x$  წვერი. წვერთა რაოდენობასა და დღეების რაოდენობას შორის უკუპროპორციული დამოკიდებულებაა.  $4 \cdot 3 = (4+x) \cdot 2$ . პასუხი: დაემატა 2 წვერი.

**სავ. №17.** დარჩენილი ნაკვეთის ფართობი მთელი ნაკვეთის მეექვსედი ნაწილია, ე.ი. მოხნული 5-ჯერ მეტია მოსახნავზე. პასუხი: 2 საათში.

**სავ. №18.** ვთქვათ, გაძვირებამდე პური ღირდა  $a$  თეთრი, ხოლო გაყიდული პურის რაოდენობაა  $b$ . მაშინ შემოსავალი იქნება  $ab$ . გაძვირების შემდეგ პურის ფასი გახდება  $1,2a$ , გაყიდული პურის რაოდენობა  $x$ , ხოლო მთლიანი შემოსავალი ერთი მხრივ  $1,2ax$ , მეორე მხრივ  $1,11ab$ . მივიღეთ:  $1,2ax = 1,11ab$ .  $x = \frac{37}{40}b$ ,  $x = 92,5\%b$ .

პასუხი: შემცირდა 7,5%-ით.

**ტესტი თვითშემოწმებისათვის**  
**პასუხი:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ბ	დ	გ	ა	დ	ბ	გ	დ	ბ	გ	ბ	ბ	დ	დ	ა

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
ბ	ა	გ	გ	ა	დ	გ	გ	ბ	ბ

## თავი 2. ლოგიკის ელემენტები

თავი ეძღვნება ლოგიკის უმარტივეს საკითხებს.

### თავის მიზანია:

მოსწავლემ შეძლოს:

- უმარტივეს მათემატიკურ და ყოფით მაგალითებზე დაყრდნობით გაიაზროს ლოგიკის ძირითადი ცნებები;
- მოცემული გამონათქვამის უარყოფის, პირობითი გამონათქვამის, მისი შებრუნებულისა და ტოლფასი გამონათქვამის შედგენა;
- მოცემულ თეორემაში პირობისა და დასკვნის გარჩევა, შებრუნებული, საპირისპირო და შებრუნებულის საპირისპირო თეორემების შედგენა;
- დებულების მცდარობის დასაბუთება კონტრმაგალითის მოყვანით;
- ცნებათა შორის მიმართებების ვენის დიაგრამით წარმოდგენა;
- ალგორითმების შედგენა და ბლოკ-სქემებით წარმოდგენა.

პარაგრაფებსა და თავის მიმოხილვაში მაგალითები და სავარჯიშოები ისეა შერჩეული, რომ პარალელურად მოხდეს წინა კლასებში განვლილი მასალის ლოგიკური მიმართებების კუთხით გააზრება.

თავფურცელზე მოცემული „აბა, სცადე“-ს პასუხია: საკმარისია II და III ფურცლების გადაბრუნება.

მოსწავლეთა უმრავლესობა ადვილად ხვდება, რომ II-ს გადაბრუნება აუცილებელია, მაგრამ ამავე დროს, III-ის ნაცვალად ირჩევენ IV ფურცელს. ეს შეცდომა არაა შემთხვევითი, რადგან ვერ არჩევენ პირდაპირ და შებრუნებულ გამონათქვამებს. მოცემული გამონათქვამი გვეუბნება, რომ ხმოვანი ასოს უკან კენტი რიცხვია და არაფერს ამბობს იმაზე, როგორი ასოა კენტი რიცხვის უკან, ანუ 7-ის მეორე მხარეს შეიძლება იყოს როგორც ხმოვანი, ისე თანხმოვანი ასო. რაც შეეხება მესამე ფურცელს, თუ მეორე მხარეს ხმოვანი აღმოჩნდება, მაშინ მოცემული გამონათქვამი იქნება მცდარი, ხოლო თუ თანხმოვანი აღმოჩნდება – ჭეშმარიტი.

ამ თავის ერთ-ერთი ძირითადი მიზანი სწორედ თეორემის პირობისა და დასკვნის გარჩევის და პირდაპირი და შებრუნებული თეორემის კონსტრუირების უნარ-ჩვევების განვითარებაში მდგომარეობს.

**შენიშვნა:** თავფურცელის „აბა, სცადე!“ ისევე, როგორც VII-IX კლასების სახელმძღვანელოებში, მოსწავლეთა სტიმულირების ფუნქციას ასრულებს და მისი განხილვა თავის შესაბამისი საკითხების შესწავლის შემდეგ უნდა მოხდეს.

ქვემოთ მოცემულ მატრიცაში თავის შესაბამისი კომპლექსური დავალების შესრულების ეტაპებია აღწერილი.

თემატური მატრიცა

<p><b>მიმართულება – ლოგიკა</b></p> <p><b>კლასი – მე-10</b></p> <p>საათების სავარაუდო რაოდენობა – 27 სთ</p>		
<p><b>სამიზნე ცნებები/საკითხები</b></p> <p>გამონათქვამი, მოქმედებები გამონათქვამებზე, პირობითი გამონათქვამი, გამონათქვამთა ჭეშმარიტება/მცდარობის დადგენა.</p> <p><b>მაკრო ცნება:</b> ფორმა; კავშირები; გამონათქვამი.</p>		
<p><b>სამიზნე ცნებები და მკვიდრი წარმოდგენები</b></p> <p><b>სამიზნე ცნებები:</b></p> <p>გამონათქვამი, მოქმედებები გამონათქვამებზე, პირობითი გამონათქვამი.</p> <p><b>სტანდარტი შედეგები:</b></p> <p><b>მათ.საშ. 8</b></p> <p><b>მათ.საშ. 9</b></p>	<p><b>საკითხი/ქვესაკითხები/ქვეცნებები</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ნანამძღვრების გაცნობა და სტრატეგიის შემუშავება;</li> <li>• გამონათქვამზე მოქმედებების შესწავლა (უარყოფა, ნამრავ-ლი, ჯამი);</li> <li>• პირობითი გამონათქვამის სტრუქტურა;</li> <li>• ჭეშმარიტების ცხრილი;</li> <li>• პირობითი გამონათქვამის შებრუნებული;</li> <li>• მოცემული ნანამძღვრების მიხედვით კონსტრუქციის აგება, თვალსაჩინოდ წარმოდგენა და ნანამძღვრებთან მათი შესაბამისობის დასაბუთება.</li> </ul>	<p><b>საკვანძო შეკითხვა/ზოგადი შეკითხვები</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რა არის გამონათქვამი?</li> <li>• რა შემთხვევაშია მცდარი გამონათქვამთა ნამრავლი?</li> <li>• რა შემთხვევაშია ჭეშმარიტი გამონათქვამთა ჯამი?</li> <li>• რა შემთხვევაშია მცდარი პირობითი გამონათქვამი?</li> <li>• როგორ აიგება მოცემულის შებრუნებული პირობითი გამონათქვამი?</li> <li>• თუ პირობითი გამონათქვამი მცდარია, მაშინ მცდარია თუ ჭეშმარიტი შებრუნებული პირობითი გამონათქვამი?</li> </ul>
<p><b>მკვიდრი წარმოდგენები</b></p> <p>1. გამონათქვამი შეიძლება იყოს მხოლოდ ჭეშმარიტი ან მხოლოდ მცდარი;</p> <p>2. გამონათქვამების ნამრავლი ჭეშმარიტია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ჭეშმარიტია ყველა თანამამრავლი;</p>	<p><b>კომპლექსური დავალების განხორციელების ეტაპები</b> (აქტივობები, რესურსები, შეკითხვები)</p> <p><b>ეტაპი I - კომპლექსური დავალების (დავალებების) გაცნობა</b></p> <p>დავალება მოსწავლის წიგნის მეორე თავის დასაწყისში, თავფურცლის მეორე გვერდზეა მოცემული, მას მოსწავლეები თავის შესწავლის საწყის ეტაპზე უნდა გაეცნონ.</p> <p><b>„კონსტრუქციის აგება მოცემული ნანამძღვრების მიხედვით“</b></p> <p>გვაქვს ხუთი ფურცელი. თითოეულს ერთ მხარეს აწერია ციფრები: 1, 2, 3, 4, 5, ხოლო მეორე მხარეს – ქართული ანბანის ასოები. მოცემულია სამი გამონათქვამი:</p> <p><b>A:</b> თუ ფურცლის ერთ მხარეს წერია მარტივი რიცხვი, მაშინ მეორე მხარეს წერია ხმოვანი ასო;</p> <p><b>B:</b> თუ ფურცლის ერთ მხარეს წერია შედგენილი რიცხვი, მაშინ მეორე მხარეს წერია თანხმოვანი ასო;</p>	

<p>3. გამონათქვამების ჯამი მცდარია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მცდარია ყველა შესაკრები;</p> <p>4. პირობითი გამონათქვამი მცდარია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ჭეშმარიტია პირობა და მცდარია დასკვნა.</p>	<p>C: ხმოვნების უკან მდგომი ციფრების ჯამი 5-ის ჯერადა.</p> <p><b>შენი დავალება:</b>  ქვემოთ მოცემული ა), ბ) და გ) პირობებიდან თითოეულისათვის გამოჭერი ხუთი ფურცელი, დაანერე ერთ მხარეს ციფრები: 1, 2, 3, 4, 5, ხოლო მეორე მხარეს ქართული ანბანის ასოები ისე, რომ შესრულდეს ქვემოთ მოცემული პირობა:</p> <p>ა) <math>A \cdot B \cdot C</math> ნამრავლი ჭეშმარიტი გამონათქვამია;  ბ) <math>A \cdot B \cdot \bar{C}</math> ნამრავლი ჭეშმარიტი გამონათქვამია;  გ) <math>(A+B+C) \Rightarrow (A \cdot B + A \cdot C + B \cdot C)</math> პირობითი გამონათქვამი მცდარია.</p> <p>დავალებაზე მუშაობის პროცესში უპასუხე კითხვებს:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რა არის გამონათქვამი?</li> <li>• მოცემულ A გამონათქვამში რომელია პირობა და რომელი დასკვნა?</li> <li>• როგორ ჩაინერება პირობითი გამონათქვამის სახით C გამონათქვამი?</li> <li>• რა შემთხვევაშია ჭეშმარიტი პირობითი გამონათქვამი?</li> <li>• რა შემთხვევაშია ჭეშმარიტი გამონათქვამთა ჯამი? ნამრავლი?</li> <li>• რას ეწოდება მოცემული გამონათქვამის უარყოფა?</li> <li>• რა შემთხვევაშია მცდარი პირობითი გამონათქვამი?</li> <li>• თუ შენ მიერ შედგენილი ფურცლების ხუთეული აკმაყოფილებს გ) პირობას, მაშინ ჭეშმარიტი იქნება თუ მცდარი გ)-ში მოცემული პირობითი გამონათქვამის შებრუნებული გამონათქვამი? რატომ?</li> <li>• შესაძლებელია თუ არა ისეთი ხუთეულის შედგენა, რომლისთვისაც შესრულდება მოცემული სამი პირობიდან ორი პირობა მაინც? რატომ?</li> </ul> <p><b>საპრეზენტაციოდ მომზადება.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ გააფორმე ნაშრომი, დაურთე შედგენილი ხუთეულები (ჩააკარი ნაშრომში ისე, რომ იკითხებოდეს ფურცლების ორივე მხარე ან წარმოადგინე ნახაზის სახით);</li> <li>✓ თითოეული შედგენილი ხუთეულისათვის დაასაბუთე, რომ სრულდება შესაბამისი პირობა;</li> <li>✓ წერილობით გაეცი პასუხი დასმულ კითხვებს და წარუდგინე ნაშრომი კლასს.</li> </ul> <p><b>ნაშრომში ხაზგასმით წარმოაჩინე:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• შენ მიერ შედგენილი ხუთეულების წანამძღვრებთან შესაბამისობა;</li> <li>• ხუთეულების აგების პროცესი და მათი აგების დროს გამოყენებული გამონათქვამების და მათზე მოქმედებების თვისებები.</li> <li>• ტერმინების: „მარტივი რიცხვი“, „შედგენილი რიცხვი“, „ხმოვანი და</li> </ul>
---	--

	<p>თანხმოვანი ასოები“ განმარტებები;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• პასუხები დასმულ კითხვებზე.</li> </ul> <p><b>ეტაპი II — კომპლექსურ დავალებზე მუშაობა</b></p> <p><b>ნაბიჯი 1:</b> მუშაობა საკითხებზე: გამონათქვამი, გამონათქვამის უარყოფა, გამონათქვამების ჯამი და ნამრავლი;</p> <p><b>რესურსი:</b> სახელმძღვანელოს პარაგრაფი 2.1-2.3, თეორია და სავარჯიშოები.</p> <p><b>ნაბიჯი 2:</b> მუშაობა საკითხებზე: პირობითი გამონათქვამისა და მისი შებრუნებული გამონათქვამების შედგენა, ტოლფასი გამონათქვამების ჩამოყალიბება.</p> <p><b>რესურსი:</b> სახელმძღვანელოს პარაგრაფი 2.4-2.7, თეორია და სავარჯიშოები.</p> <p><b>ნაბიჯი 4:</b> კომპლექსური დავალების შესრულება და საპრეზენტაციოდ მომზადება.</p> <p><b>შენიშვნა:</b> ა) <b>კომპლექსურ დავალებას</b></p> <p>ბ) რამდენიმე გამონათქვამის შემთხვევაში ჯამი და ნამრავლი განმარტებულია 2.8 პარაგრაფის ბოლოს მოცემულ ჯგუფურ სამუშაოში.</p>
	<p><b>შეფასების კრიტერიუმი / კრიტერიუმები</b></p> <p>მოცემული თემატური ბლოკის ფარგლებში მოსწავლემ უნდა შეძლოს:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• დავალებაში მოცემული თითოეული ა), ბ) და გ) ნანამძღვრისათვის ხუთი ფურცლისაგან შედგენილი შესაბამისი კონსტრუქციის აგება;</li> <li>• აგებული კონსტრუქციების მართებულობის დასაბუთება;</li> <li>• დასმულ შეკითხვებზე პასუხის გაცემა;</li> <li>• ნაშრომის გაფორმება და საპრეზენტაციოდ მომზადება.</li> </ul> <p>მოვიყვანოთ მოსწავლეების მიერ ასაგები ხუთეულების თითო ნიმუში:</p> <p>ა) იმისათვის, რომ შესრულდეს ა) პირობა აუცილებელია და საკმარისი, ჭეშმარიტი იყოს ნამრავლის სამივე თანამამრავლი. ასეთია მაგალითად, შემდეგი ხუთეული ( ხუთეული გადანომრილია 1-და 5-მდე ზრდის მიხედვით):</p> <p style="text-align: center;"> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ბ</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ა</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ი</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">გ</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ო</span> </p> <p>ბ) საკმარისია 1-ელ ნომერ ფურცელზე ბ ასო ჩავანაცვლოთ ხმოვნით:</p> <p style="text-align: center;"> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">უ</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ა</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ი</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">გ</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ო</span> </p> <p>გ) იმისათვის, რომ პირობითი გამონათქვამი იყოს მცდარი, აუცილებელია და საკმარისი, პირობა იყოს ჭეშმარიტი, ხოლო დასკვნა მცდარი. ამისათვის კი საკმარისია, შესრულდეს C გამონათქვამი , ხოლო A და B გამონათქვამები არ შესრულდეს. ასეთია, მაგალითად, შემდეგი ხუთეული:</p>

	<div style="text-align: center;"> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ა</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ბ</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">გ</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ი</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">დ</span> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>• შევნიშნოთ, რომ ა) ბ) და გ) პირობების ერთდროულად შესრულება შეუძლებელია, რადგან ნებისმიერი მათგანის შესრულების შემთხვევაში ვერ შესრულდება დანარჩენები.</li> </ul>
	<p><b>ეტაპი IV.</b> თუ მოსწავლემ ვერ დაძლია პროგრამა, მომდევნო კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა.</p>
<p><b>მოსწავლის მხრიდან კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის პროცესში მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები</b></p> <p><b>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რას ნიშნავს პირობითი გამონათქვამის მცდარობა?</li> <li>• რას ნიშნავს გამონათქვამის უარყოფა?</li> <li>• რატომაა ა), ბ) და გ) პირობები არათავსებადი?</li> </ul> <p><b>2. გეგმის შემუშავება</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• როგორ დაგეგმე სამუშაო?</li> <li>• გადაგიჭრია თუ არა მსგავსი პრობლემა?</li> </ul> <p><b>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• როგორ გადაჭერი პრობლემა? აღწერე პროცესი (დაახლოებით რამდენი სხვადასხვა ვარიანტის განხილვა მოგიხდა სწორი კონსტრუქციის მისაღებად).</li> <li>• ა), ბ) და გ) კონსტრუქციებიდან, რომლის აგება გაგიჭირდა ყველაზე მეტად?</li> </ul>	

## 2.1. გამონათქვამი

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- მოცემული წინადადებებიდან გამონათქვამის ამოცნობა;
- მარტივი მათემატიკური და ყოფითი გამონათქვამების ჭეშმარიტებისა და მცდარობის დადგენა;
- ცვლადიანი გამონათქვამის ამოცნობა, ცვლადის კონკრეტული მნიშვნელობების შერჩევა.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

**სავ.№8.** ჭეშმარიტია მხოლოდ ა) და ე).

**სავ.№9.** მცდარია: ა), თ) და ი).

თ)-ს მცდარობის საჩვენებლად საკმარისია განვიხილოთ სამკუთხედი 30°, 60° და 90°-იანი კუთხეებით. თ) გამონათქვამი რომ ჭეშმარიტი ყოფილიყო, 60°-იანი კუთხის პირდაპირ მდებარე კათეტი ორჯერ დიდი იქნებოდა 30°-იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტზე, ანუ იგი ჰიპოტენუსის ტოლი აღმოჩნდებოდა.

ი) გამონათქვამი მცდარია, რადგან ტოლფერდა სამკუთხედი შეიძლება ტოლგვერდაც იყოს, ანუ სამი სიმეტრიის ღერძი ჰქონდეს.

**სავ.№10.** ა) და ბ) მცდარია. ბ) მცდარია, რადგან რიცხვი 2 მარტივია და ლუწი.



## 2.2. გამონათქვამის უარყოფა

**მიზანი.** მოსწავლეებმა შეძლონ:

- გამონათქვამის უარყოფის შედეგა;
- მოცემული გამონათქვამისა და მისი უარყოფის ჭეშმარიტება/მცდარობის დადგენა;
- სიტყვების: „ყველა“, „ნებისმიერი“, „ერთი მაინც“ გამოყენება;
- გამონათქვამის მცდარობის დასაბუთება კონტრმაგალითის საშუალებით.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

**სავ.№3 და №6** მოცემული ორივე გამონათქვამი მცდარია, ამიტომ ერთი ვერ იქნება მეორის უარყოფა.

**სავ.№4** მოცემული ორივე გამონათქვამი ჭეშმარიტია, ამიტომ ერთი ვერ იქნება მეორის უარყოფა.

**სავ.№ 5.** შეიძლება სახლიდან გავედი, მაგრამ თეატრში არ წავსულვარ.

**სავ.№7.** ჭეშმარიტია „არსებობს ერთი მაინც ბავშვი, რომელიც არაა სკოლის მოსწავლე“.

**სავ.№8.** კონტრმაგალითია 0.

**სავ.№9.** ჭეშმარიტია მოცემული გამონათქვამი, რადგან, თუ  $n$  კენტია,  $n^2$  და  $3n$  კენტებია, ჯამი კი ლუნი, ხოლო თუ  $n$  ლუნია,  $n^2$  და  $3n$  ლუნებია.

**სავ.№10.** ჭეშმარიტია B და D.

**სავ.№11.** ჭეშმარიტია B და C; ურთიერთსაწინააღმდეგო გამონათქვამებია C და D.

**სავ.№12.** A მცდარია. მოცემული ტოლობა ნიშნავს, რომ M, N და K წერტილები ერთ წრფეზეა. ამასთან, N არის M და K წერტილებს შორის. C მცდარია, სრულდება სამკუთხედის წვეროების შემთხვევაში. D ჭეშმარიტია, ხოლო E – მცდარი.

**სავ.№13.** მცდარია  $n = 5$ -თვის, ამიტომ ჭეშმარიტია მისი უარყოფა, ანუ „არსებობს ერთი მაინც კენტი ნატურალური რიცხვი  $n$ , რომლისთვისაც  $n^2 + 5n$  არაა 6-ის ჯერადი“;

**სავ.№14.** მოცემული გამონათქვამი ჭეშმარიტია, რადგან  $4^n$  ლუნი  $n$ -თვის ბოლოვდება 6-იანით.

## 2. 3. „და“ და „ან“ კავშირები (კონიუნქცია და დიზუნქცია)

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- „ან“ და „და“ კავშირების გამოყენებით გამონათქვამის და მისი უარყოფის შედეგა;
- „ან“ და „და“ კავშირების გამოყენებით შედგენილი გამონათქვამის ჭეშმარიტება/მცდარობის დადგენა;
- ჭეშმარიტების ცხრილების შედგენა და გამოყენება.

**შენიშვნა.** სასურველია, მოსწავლეებს ყურადღება გავამახვილებინოთ იმ ფაქტზე, რომ ლოგიკისაგან განსხვავებით, პრაქტიკაში ხშირად „ან“ კავშირს გამომრიცხავ შინაარსს ანიჭებენ. მაგალითად, საუბრისას წინადადება: „წავალ კინოში ან თეატრში“, შეიძლება გაგებულ იქნეს ისე, რომ ერთგან წასვლა გამორიცხავს მეორეგან წასვლას.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

**სავ.№ 1.** ჭეშმარიტია: ა), ბ), გ) და ზ).

**სავ.№ 2.** ჭეშმარიტია: გ), დ), ვ) და ზ).

**სავ.№ 3.** ჭეშმარიტია: ბ), გ), დ) და ე).

**სავ.№ 4.** ჭეშმარიტია ბ).

**სავ.№ 5.** ჭეშმარიტია გ).

**სავ.№ 6.** ბ) აუცილებლად მცდარია: A·C და B·D.

**სავ.№ 7.** ბ) აუცილებლად მცდარია: A·C, A·D, B·D, C·D.

სავ.№ 8. აუცილებლად მცდარია: A·C, A·D, C·D

სავ.№9. ა) A და C; ბ) B და D.

სავ.№10. ა) A ჭეშმარიტია ყველა n-თვის, ხოლო D ჭეშმარიტია ყველა n-თვის, გარდა 1-ისა, რადგან 1 არც მარტივია და არც შედგენილი;

ბ) B და C მცდარია ყველა n -თვის.

სავ.№11. ა) პავლე მდიდარი არაა ან ძუნწი არაა.

სავ.№12. დ) ჩვენი გუნდი არ მოიგებს და არ წააგებს.

სავ.№13.

A	$\bar{A}$
ჭეშმარიტი	მცდარი
მცდარი	ჭეშმარიტი

სავ.№14. პასუხია ბ), რადგან მხატვარმა ხატვა იცის, მას არ სცოდნია ფოტოშოპი. შენიშვნა: ხშირად პასუხობენ ა)-ს, რაც შეცდომაა, რადგან შეიძლება იცოდეს ერთ-ერთი, ინგლისური ან კალკულუსი.

სავ.№15. A: არსებობს ერთი მაინც ლუნი რიცხვი, რომელიც არც შედგენილია და არც 2-ის ტოლი ( ეს გამონათქვამი მცდარია).

B: არსებობს ერთი მაინც ხე, რომელიც არც მარადმწვანეა და არც ხმელი.

C: არსებობს ერთი მაინც სამკუთხედი, რომელიც არც მახვილკუთხაა და არც მართკუთხა ( ეს გამონათქვამი ჭეშმარიტია);

D: ყოველი ბავშვი მშიშარა არაა ან ზარმაცი არაა.;

სავ.№16.  $A \cdot \bar{A}$  მცდარია, რადგან ერთ-ერთი თანამამრავლი მცდარია, ხოლო  $A + \bar{A}$  ჭეშმარიტია, რადგან ერთ-ერთი შესაკრები ჭეშმარიტია.

შენიშვნა: მოწვევს ცნობის სახით მივანოდოთ, რომ ლიტერატურაში გამონათქვამების ჯამს დიზუნქციას, ხოლო ნამრავლს კონიუნქციას უწოდებენ.

## 2. 4. პირობითი გამონათქვამი (იმპლიკაცია)

მიზანი. მოსწავლეებმა შეძლონ:

- პირობით გამონათქვამში პირობისა და დასკვნის ამოცნობა;
- სხვა სახის გამონათქვამის პირობითი გამონათქვამის სახით ჩამოყალიბება;
- პირობითი გამონათქვამის ჭეშმარიტება/მცდარობის დადგენა.

კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:

სავ.№1. მცდარია დ), რადგან პირობა ჭეშმარიტი, ხოლო დასკვნა მცდარი გამონათქვამია.

სავ.№3. ჭეშმარიტია: გ), დ), ე), ზ), ი).

სავ.№4. გ) ჭეშმარიტია, რადგან პირობაა მცდარი.

სავ.№5. თუ A ჭეშმარიტია, მაშინ ჭეშმარიტია B და C, ამიტომ ჭეშმარიტია  $A \Rightarrow C$ , ხოლო თუ A მცდარია, მაშინ  $A \Rightarrow C$  ჭეშმარიტია განმარტების თანახმად.

შენიშვნა: ამ ფაქტს ტრანზიტულობის თვისება ეწოდება. ორი ჭეშმარიტებიდან მესამის მიღების დედუქციური მეთოდი იმპლიკაციის ტრანზიტულობას ემყარება. ეს თვისება შეგვიძლია სიტყვიერად ასე ჩამოვაყალიბოთ:

„თუ A-დან გამომდინარეობს B და B-დან გამომდინარეობს C, მაშინ A-დან გამომდინარეობს C“.

სავ.№6. დ) ეს იგივე ტოლფასობაა, ანუ ცხრილს ექნება ასეთი სახე:

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \cdot (B \Rightarrow A)$
ჭეშმარიტი	ჭეშმარიტი	ჭეშმარიტი	ჭეშმარიტი	ჭეშმარიტი
ჭეშმარიტი	მცდარი	მცდარი	ჭეშმარიტი	მცდარი
მცდარი	ჭეშმარიტი	ჭეშმარიტი	მცდარი	მცდარი
მცდარი	მცდარი	ჭეშმარიტი	ჭეშმარიტი	ჭეშმარიტი

სავ.№7. უნდა განვიხილოთ ოთხი შესაძლო შემთხვევა ან ავაგოთ ჭეშმარიტების ცხრილი;  
სავ.№8. გამომდინარეობს განმარტებიდან.

სავ.№9. ა) და ბ) ერთად ნიშნავს, რომ  $(A \Rightarrow B)$  და  $(\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$  გამონათქვამები ტოლფასი ანუ ექვივალენტური გამონათქვამებია (მაგალითად, გამონათქვამი „თუ ცხოველი კურდღელია, მაშინ მას დიდი ყურები აქვს“ და გამონათქვამი „თუ ცხოველს დიდი ყურები არ აქვს, მაშინ ის კურდღელი არაა“, ტოლფასია, ანუ ერთი და იმავე შინაარსისაა).

სავ.№10. ჭეშმარიტია მხოლოდ ე), რადგან მცირე გვერდის სიგრძეც ნაკლები იქნება 10 სმ-ზე.

სავ.№11. ა) მაგალითად, სიგრძე 5სმ, სიგანე 4სმ. მაშინ შესრულდება A, B და D, ხოლო C არ შესრულდება.

ბ) მაგალითად, მცირე გვერდი 1 სმ, დიდი გვერდი 11 სმ. მაშინ ჭეშმარიტია A და D, მცდარია B და C.

**შესაძლებელია თუ არა?** შეუძლებელია, რადგან ჯამის მცდარობა ნიშნავს ორივე შესაკრების მცდარობას. მაგრამ, თუ  $A \Rightarrow B$  მცდარი გამონათქვამია, მაშინ A ჭეშმარიტი და B მცდარი გამონათქვამია, აქედან კი გამოვა, რომ  $B \Rightarrow C$  ჭეშმარიტი გამონათქვამია, რაც ნიშნავს, რომ მოცემული ჯამი ჭეშმარიტი გამონათქვამია.

## 2.5. შებრუნებული პირობითი გამონათქვამი. ტოლფასი გამონათქვამები.

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- პირობითი გამონათქვამის შებრუნებული გამონათქვამის შედგენა;
- გამონათქვამების ტოლფასობის დადგენა.

ყურადღება გავამახვილოთ იმ ფაქტზე, რომ პირდაპირი და შებრუნებული გამონათქვამების ჭეშმარიტება-მცდარობა, საზოგადოდ, ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელია. მაგალითად, „თუ ლიმონია, მაშინ მჟავეა“ ჭეშმარიტია, ხოლო „თუ მჟავეა, მაშინ ლიმონია“ მცდარია.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები**

სავ.№2. ა) ჭეშმარიტია პირდაპირი და მცდარია შებრუნებული გამონათქვამი;

დ) ჭეშმარიტია როგორც მოცემული, ისე მისი შებრუნებული გამონათქვამი.

სავ.№3. გ) ტოლფასია.

სავ.№4.  $A \Rightarrow B$  ჭეშმარიტია, რადგან მართკუთხედში დიაგონალები ტოლია, ხოლო  $B \Rightarrow A$  მცდარია, რადგან თუ დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე არ იყოფა, მაშინ ოთხკუთხედი მართკუთხედი არ იქნება (ასეთი ოთხკუთხედი არც პარალელოგრამი იქნება). ე.ი. A და B არაა ტოლფასი.

შენიშვნა: თუ ოთხკუთხედების ნაცვლად მოცემულ გამონათქვამებს პარალელოგრამების სიმრავლეზე განვიხილავთ, მაშინ A და B ტოლფასი გამონათქვამები აღმოჩნდება.

სავ.№5. 5-ზე გაყოფადობის ნიშნის თანახმად ტოლფასია A და D.

სავ.№6. ტოლფასია ა) და დ), რადგან ორივე განტოლების ამონახსნია 5.

სავ.№7. ტოლფასი განტოლებებია, რადგან ამონახსნთა სიმრავლე ყველას ცარიელი აქვს;

სავ.№8. გ).

სავ.№9. ბ).

სავ.№12. B წარმოადგენს პარალელოგრამის განმარტებას, ხოლო დანარჩენები ერთის მხრივ პარალელოგრამის თვისებებს წარმოადგენენ, ხოლო მეორეს მხრივ, პარალელოგრამობის ნიშნებს (მტკიცდება სამკუთხედების ტოლობის ნიშნების გამოყენებით). მაგალითად,  $B \Rightarrow A$  ნიშნავს, რომ პარალელოგრამის მოპირდაპირე გვერდები ტოლია (მტკიცდება სამკუთხედების ტოლობის მე-2 ნიშნით), ხოლო  $A \Rightarrow B$  ნიშნავს, რომ თუ ოთხკუთხედის მოპირდაპირე გვერდები ტოლია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია (მტკიცდება სამკუთხედების ტოლობის მე-3 ნიშნით). ორივე ამ დებულების გაერთიანებით ვღებულობთ ტოლფასობას: ოთხკუთხედი მაშინ და მხოლოდ მაშინ არის პარალელოგრამი, როცა ოთხკუთხედის მოპირდაპირე გვერდები ტოლია. სასურველია, მოსწავლეებს ზეპირსიტყვიერად ჩამოვაცალიბებინოთ ყველა განსახილველი გამონათქვამი როგორც პირდაპირი და შებრუნებული, ისე ტოლფასი გამონათქვამების სახით.

### ქვიზი №3

- 1) გამონათქვამია:
  - ა) ნებისმიერი თხრობითი წინადადება.
  - ბ) ცვლადიანი წინადადება, რომელიც ცვლადის ნაცვლად რიცხვის ჩასმით სწორ წინადადებად გადაიქცევა.
  - გ) წინადადება, რომელიც შეიძლება იყოს ჭეშმარიტი ან მცდარი;
  - დ) ნებისმიერი მტკიცებულება.
- 2) გაარკვიე ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი წინადადებაა ჭეშმარიტი გამონათქვამი:
  - ა) ორი მარტივი რიცხვის ნამრავლი მარტივი რიცხვია;
  - ბ) ორი მარტივი რიცხვის ჯამი მარტივი რიცხვია;
  - გ) ორი კენტი რიცხვის ჯამი კენტი რიცხვია;
  - დ) ორი კენტი რიცხვის ჯამი ლუნი რიცხვია.
- 3) გაარკვიე ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი წინადადებაა მცდარი გამონათქვამი:
  - ა) წრის გარეთ მდებარე წერტილიდან ცენტრამდე მანძილი რადიუსის სიგრძეზე მეტია;
  - ბ) სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეთა ჯამი მესამე გვერდის სიგრძეზე მეტია;
  - გ) ბლაგვკუთა სამკუთხედის უდიდესი კუთხე დანარჩენი კუთხეების ჯამზე მეტია;
  - დ) ბლაგვკუთა სამკუთხედის უდიდესი გვერდის სიგრძე დანარჩენი გვერდების სიგრძეთა ჯამზე მეტია.
- 4) მოცემულია გამონათქვამი:

„თუ ნატურალური რიცხვის გამყოფების რაოდენობა კენტი, მაშინ ეს რიცხვი სრულ კვადრატს წარმოადგენს“.

გაარკვიე რომელი გამონათქვამია მოცემულის უარყოფა:

- ა) არსებობს კენტი რაოდენობა გამყოფების მქონე ერთი მაინც ნატურალური რიცხვი, რომელიც არაა სრული კვადრატი;
- ბ) არცერთი ნატურალური რიცხვი, რომელსაც კენტი რაოდენობა გამყოფები აქვს არაა სრული კვადრატი;
- გ) 15 კენტი რიცხვია, მაგრამ არაა სრული კვადრატი;
- დ) არსებობს ლუნი რაოდენობა გამყოფების მქონე ნატურალური რიცხვი, რომელიც სრული კვადრატია.

5) მოცემულია:

- ყველა მტაცებელ ცხოველს ბასრი კბილები აქვს;
- მგელი მტაცებელი ცხოველია;
- კურდღელი არაა მტაცებელი ცხოველი.

თუ მოცემული გამონათქვამები ჭეშმარიტია, მაშინ რომელი გამონათქვამი გამომდინარეობს მათგან?

- ა) კურდღელს არა აქვს ბასრი კბილები;
- ბ) მგელს ბასრი კბილები აქვს;
- გ) თუ ცხოველს ბასრი კბილები აქვს, მაშინ ის მტაცებელი ცხოველია;
- დ) არსებობს ერთი მაინც უკბილო ცხოველი.

6)  $P$  და  $Q$  გამონათქვამთა ჯამი  $P + Q$  არის

- ა) ჭეშმარიტი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ჭეშმარიტია როგორც  $P$ , ისე  $Q$  გამონათქვამი;
- ბ) მცდარი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა  $P$  და  $Q$  გამონათქვამებიდან ერთი მაინცაა მცდარი.
- გ) მცდარი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მცდარია როგორც  $P$ , ისე  $Q$  გამონათქვამი.
- დ) ჭეშმარიტი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ჭეშმარიტია  $P \cdot Q$  ნამრავლი.

7)  $P$  და  $Q$  გამონათქვამთა ნამრავლი  $P \cdot Q$  არის

- ა) ჭეშმარიტი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ჭეშმარიტია როგორც  $P$ , ისე  $Q$  გამონათქვამი;
- ბ) მცდარი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა  $P$  და  $Q$  გამონათქვამებიდან ორივე მცდარია.
- გ) მცდარი მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მცდარია  $P + Q$  გამონათქვამი.
- დ) ჭეშმარიტია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა ჭეშმარიტია  $P+Q$  ნამრავლი.

8) თუ  $A \Rightarrow B$  პირობითი გამონათქვამი მცდარია, მაშინ ჭეშმარიტია თუ მცდარი მისი შებრუნებული  $B \Rightarrow A$  გამონათქვამი?

- ა) მცდარია;
- ბ) ჭეშმარიტია;
- გ) დამოკიდებულია  $A$  გამონათქვამის მნიშვნელობაზე;
- დ) შეუძლებელია დადგენა.

9) შემდეგი გამონათქვამებიდან რომელია  $A \Rightarrow B$  პირობითი გამონათქვამის ტოლფასი?

- ა)  $B \Rightarrow A$ ;    ბ)  $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ ;    გ)  $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ ;    დ)  $\bar{A} \Rightarrow B$ .

10) მოცემული ოთხი გამონათქვამიდან რომელია ნებისმიერი  $A$  გამონათქვამისთვის ჭეშმარიტი?

- ა)  $A + \bar{A}$ ;    ბ)  $A \cdot \bar{A}$ ;    გ)  $\bar{A} \Rightarrow A$ ;    დ)  $A \Rightarrow \bar{A}$ .

ქვიზის პასუხები

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ბ	დ	დ	ა	ბ	გ	ა	ბ	ბ	ა

განმავითარებელი შეფასების სქემა ქვიზის მიხედვით

აქტივობები	არადამაკმაყოფილებელი (0-4 ქულა)	დამაკმაყოფილებელი (5-6 ქულა)	კარგი (7-8 ქულა)	სანიმუშო (9-10 ქულა)
დავალების გააზრება	არ აქვს დავალება სწორად გააზრებული	ნაწილობრივ აღიქვამს დავალებას.	კარგად აქვს დავალება გააზრებული.	სწორად აქვს დავალება გააზრებული.
ცნებების დაუფლება, არსის გააზრება და გამოყენება. მოცემული წინადადებებიდან გამონათქვამის ამოცნობა.	ვერ იაზრებს ლოგიკის ძირითად ცნებებს. ვერ არჩევს გამონათქვამს სხვა წინადადებებიდან.	შეუძლია ლოგიკური ტერმინების ინტერპრეტაცია, თუმცა ხშირად ვერ ახერხებს მის გამოყენებას.	ეუფლება ცნებებს, თუმცა ხანდახან ვერ ახერხებს ამის სწორად გამოყენებას.	ღრმად ესმის ცნების არსი. სწორად ირჩევს სტრატეგიას. დავალებას უშეცდომოდ ასრულებს.

<p>მოცემული გამონათქვამის უარყოფის, პირობითი გამონათქვამისა და ტოლფასი გამონათქვამის ამოცნობა და დადგენა.</p>	<p>ვერ ახერხებს მოცემული გამონათქვამის უარყოფის, პირობითი გამონათქვამისა და ტოლფასი გამონათქვამის ამოცნობასა და დადგენას.</p>	<p>უჭირს, ნაწილობრივ ახერხებს მოცემული გამონათქვამის უარყოფის, პირობითი გამონათქვამისა და ტოლფასი გამონათქვამის ამოცნობა და დადგენა.</p>	<p>არ უჭირს, ახერხებს მოცემული გამონათქვამის უარყოფის, პირობითი გამონათქვამისა და ტოლფასი გამონათქვამის ამოცნობა/დადგენას, ზოგჯერ უშვებს შეცდომას.</p>	<p>ზედმინეწით კარგადფლობს მასალას და დავალებას შეცდომისა და ხარვეზების გარეშე ასრულებს.</p>
<p>„ან“ და „და“ კავშირების გამოყენებით შედგენილი გამონათქვამისა და პირობითი გამონათქვამის ჭეშმარიტება/მცდარობის, გამონათქვამთა ტოლფასობის დადგენა.</p>	<p>არ იცის და ვერ ადგენს „ან“ და „და“ კავშირების გამოყენებით შედგენილი გამონათქვამის ჭეშმარიტება/მცდარობასა თუ გამონათქვამთა ტოლფასობის დადგენას.</p>	<p>ახერხებს „ან“ და „და“ კავშირების გამოყენებით შედგენილი გამონათქვამის ჭეშმარიტება/მცდარობისა და გამონათქვამთა ტოლფასობის დადგენას, მაგრამ უშვებს შეცდომებს.</p>	<p>იცის მოცემული საკითხები და კარგად ასრულებს დავალებას. თუმცა უშვებს შეცდომას.</p>	<p>იცის მოცემული საკითხები და ზედმინეწით კარგად ასრულებს დავალებას. არ უშვებს შეცდომას.</p>
<p>მარტივი მათემატიკური და ყოფითი გამონათქვამების ჭეშმარიტებისა და მცდარობის დადგენა.</p>	<p>ვერ ახერხებს მარტივი მათემატიკური და ყოფითი გამონათქვამების ჭეშმარიტებისა და მცდარობის დადგენას.</p>	<p>არ იცის ჭეშმარიტება მცდარობის ცხრილები და ნაწილობრივ ახერხებს მარტივი მათემატიკური და ყოფითი გამონათქვამების ჭეშმარიტებისა და მცდარობის დადგენას.</p>	<p>იცის ჭეშმარიტება მცდარობის ცხრილები, თუმცა ყოველთვის ვერ ადგენს უშეცდომოდ მარტივი მათემატიკური და ყოფითი გამონათქვამების ჭეშმარიტებასა და მცდარობას.</p>	<p>უშეცდომოდ, ზედმინეწით სწორად ახერხებს მარტივი მათემატიკური და ყოფითი გამონათქვამების ჭეშმარიტებისა და მცდარობის დადგენას.</p>

## 2.6 თეორემა. ურთიერთშებრუნებული თეორემები.

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- თეორემის პირობისა და დასკვნის ამოცნობა;
- თეორემის პირობითი გამონათქვამის სახით ჩამოყალიბება;
- მოცემული თეორემის შებრუნებული თეორემის ჩამოყალიბება;
- თეორემის ტოლფასობის სახით ჩამოყალიბება;
- სიტყვების: „აუცილებელია“, „საკმარისია“ სწორად გამოყენება.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები**

**№2.** მოცემული გამონათქვამები და მათი შებრუნებულები ჭეშმარიტი გამონათქვამებია. მაგალითად, ბ) გამონათქვამის შემთხვევაში გვაქვს:

„თუ რიცხვი მარტივი რიცხვის კვადრატია, მაშინ მას სამი გამყოფი აქვს“. ამ თეორემის შებრუნებულია:

„თუ რიცხვს სამი გამყოფი აქვს, მაშინ ეს რიცხვი მარტივი რიცხვის კვადრატია“. ამ ორი თეორემის გაერთიანებით მიიღება თეორემა:

„რიცხვი მაშინ და მხოლოდ მაშინაა მარტივი რიცხვის კვადრატი, თუ მას სამი გამყოფი აქვს“.

სასურველია, მოცემული ოთხივე თეორემა მოსწავლეებს ჩამოვყალიბებინოთ პირდაპირი, შებრუნებული და ტოლფასობის სახით და შევთავაზოთ, სცადონ მათი დასაბუთება.

**№3.** ე) ტოლი კუთხეების მქონე სამკუთხედები მსგავსია, მაგრამ შეიძლება ტოლები არ იყვნენ. მაგალითად, არატოლი გვერდების მქონე ტოლგვერდა სამკუთხედები.

**№6.** ა), ბ) და გ) ჭეშმარიტია, მათი შებრუნებულები – მცდარი, დ) შემთხვევაში პირიქით, მოცემული მცდარია, ხოლო შებრუნებული ჭეშმარიტი.

**№7.** ა) შებრუნებული მართებულია; ბ) შებრუნებული იქნება: „თუ მრავალკუთხედის შიგა კუთხეების სიდიდეთა ჯამი  $180^\circ$ -ის ტოლია, მაშინ მრავალკუთხედი სამკუთხედი.“ ეს თეორემა მართებულია, რადგან  $180^\circ (n - 2) = 180^\circ \Rightarrow n = 3$ ; გ) შებრუნებული მართებულია; დ) შებრუნებული გამონათქვამი: „თუ ჯამი 5-ის ჯერადაა, მაშინ თითოეული შესაკრები 5-ის ჯერადაა“, მცდარია. კონტრმაგალითი:  $3 + 12 = 15$ .

## 2.7 თეორემის დამტკიცება სანინალმდეგოს დაშვებით

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- თეორემის ტოლფასი სახით ჩამოყალიბება;
- გაიაზროს, რას ნიშნავს თეორემის დამტკიცება სანინალმდეგოს დაშვებით.

სასურველია, მოსწავლეებს ვუთხრათ, რომ მათემატიკა სხვა მეცნიერებებისაგან განსხვავებით დედუქციური მეცნიერებაა, ანუ მისი დებულებები გამოიყვანება (მტკიცდება) ლოგიკის კანონებზე დამყარებული მსჯელობით. ყოველი მისი მიმართულება აგებულია განმარტების გარეშე მოცემულ ძირითად ცნებებსა და აქსიომებზე, ანუ დაუმტკიცებლად მიღებულ დებულებებზე, რომლებიც ძირითადი ცნებების თვისებების ჩამონათვალია. მაგალითად, პლანიმეტრიის ძირითადი ცნებებია: წერტილი, წრფე და მანძილი, ხოლო დებულება „ყოველ ორ წერტილზე ერთადერთი წრფე გაივლება“, დაუმტკიცებლად მიღებული დებულება, ანუ აქსიომაა. მოიყვანეთ მაგალითი ბიოლოგიიდან, სადაც რომელიმე სახეობის, მაგალითად, ქვეწარმავალთა კლასის დასახასიათებლად საკმარისია ამ სახეობის რამდენიმე წარმომადგენლის შესწავლა. ასევე ფიზიკის დებულებები, რომლებიც, როგორც წესი, სასრული რაოდენობა ცდების შედეგებზე დაყრდნობით მიიღება.



ამის საპირისპიროდ, მათემატიკაში ისეთი მარტივი დებულებაც კი, როგორცაა „ყოველი ნატურალური  $n$  რიცხვისათვის,  $n^2 + n$  ლუწი რიცხვია“, დამტკიცებულად არ ჩაითვლება, თუნდაც უამრავი სხვადასხვა რიცხვისათვის შევამოწმოთ.

მოიყვანეთ კიდეც ასეთი მაგალითი: დებულება „ყოველი ნატურალური  $n$  რიცხვისათვის,  $n^2 + n + 41$  მარტივი რიცხვია“ მართებულია 1-დან 39-მდე ყველა ნატურალური რიცხვისათვის, მაგრამ  $n = 40$ -სთვის მცდარია, რადგან ამ შემთხვევაში მიღებული რიცხვი 41-ის ჯერადი იქნება.

### სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:

**სავ.№1.** ა) „თუ სამკუთხედის სამივე კუთხე განსხვავებულია, მაშინ სამკუთხედი არაა ტოლფერდა“; გ) „თუ  $m+n$  ჯამი არაა 11-ის ჯერადი, მაშინ  $m$  ან  $n$  არაა 11-ის ჯერადი.“

**სავ.№2.** დ).

**სავ.№3.** ა) „თუ ფიგურა რომბია, მაშინ ის პარალელოგრამია“; „თუ ფიგურა პარალელოგრამი არაა, მაშინ ის რომბი არაა.“

**სავ.№5.** ა) ტოლფასია, მაგალითად: „არატოლ კვადრატებს არატოლი ფართობები აქვთ“. არატოლ კვადრატებს არატოლი გვერდები აქვთ, არატოლი გვერდების სიგრძეები განსხვავებული დადებითი რიცხვებით გამოისახება, განსხვავებული დადებითი რიცხვების კვადრატები განსხვავებული რიცხვებია ე.ი. ფართობები არატოლია;

ბ) მოცემულის ტოლფასი გამონათქვამია: „თუ  $(A \Rightarrow B) + (B \Rightarrow A)$  მცდარია, მაშინ  $A$  ან  $B$  არაა გამონათქვამი“. ჯამის მცდარობიდან გამომდინარეობს ორივე შესაკრების მცდარობა. პირველი შესაკრების მცდარობიდან გამომდინარეობს, რომ  $A$  ჭეშმარიტი, ხოლო  $B$  მცდარი გამონათქვამია, მეორე შესაკრების მცდარობიდან კი  $\neg B$  ჭეშმარიტი გამონათქვამია. ე.ი.  $B$  ჭეშმარიტიცაა და მცდარიც. ეს კი ეწინააღმდეგება გამონათქვამის განმარტებას, ანუ  $B$  არაა გამონათქვამი. რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

**სავ.№6.** გ).

**სავ.№7.** ა) ჯერ ჩამოვყალიბოთ ტოლფასი თეორემა: „თუ ორი წრფე ერთზე მეტ წერტილში იკვეთება, მაშინ ეს წრფეები ერთმანეთს ემთხვევა“. მართლაც, თუ ორი წრფე ერთზე მეტ წერტილში იკვეთება, მაშინ სულ მცირე, ორ წერტილში მაინც გადაიკვეთება, მაგრამ ორ წერტილზე ერთადერთი წრფის გავლებაა შესაძლებელი, ამიტომ ეს წრფეები ერთმანეთს დაემთხვევა;

ბ) ჯერ ჩამოვყალიბოთ ტოლფასი თეორემა: „თუ ნატურალური რიცხვების ნამრავლი არაა კენტი რიცხვი, მაშინ ერთი-ერთი თანამამრავლი მაინც არაა კენტი“. „ნამრავლი არაა კენტი“  $\Rightarrow$  „ნამრავლის მარტივ მამრავლებად დაშლაში მონაწილეობს რიცხვი 2“  $\Rightarrow$  „ნამრავლის ერთი მაინც თანამამრავლი ლუწია“ (რადგან ნამრავლის მარტივი თანამამრავლები მხოლოდ მამრავლთა მარტივი მამრავლებია)  $\Rightarrow$  „ერთი მაინც თანამამრავლი არაა კენტი“;

გ) უნდა დავამტკიცოთ: „თუ სიმრავლე სასრულია, ის არ შეიცავს ყველა მარტივ რიცხვს“.

ვთქვათ,  $M$  მარტივ რიცხვთა სასრული სიმრავლეა. განვიხილოთ  $M$ -ის ყველა ელემენტის ნამრავლი. ეს ნამრავლი გაიყოფა ყველა მარტივ რიცხვზე, ამიტომ ამ ნამრავლს დამატებული 1 - არ გაიყოფა  $M$ -ის არცერთ ელემენტზე, ანუ თვითონაც იქნება მარტივი. მაშასადამე, აღმოვაჩინეთ მარტივი რიცხვი, რომელსაც  $M$  არ შეიცავს. რის დამტკიცებაც გვინდოდა;

დ) დამტკიცება ეყრდნობა იმ ფაქტს, რომ უკვეცი ნილადი კვადრატში აყვანის შემდეგაც უკვეცი იქნება (ეს ფაქტი იქიდან გამომდინარეობს, რომ კვადრატში აყვანის შემდეგ განსხვავებული მარტივი მამრავლები არ წარმოიშვება). თუ  $\sqrt{2}$  რაციონალური რიცხვია,

მაშინ მისი ჩანერა შესაძლებელი იქნება უკვეცი ნილადის სახით, მაგრამ  $(\sqrt{2})^2 = 2$ ,

ეს კი ნიშნავს, რომ კვადრატში აყვანის შემდეგ  $\sqrt{2}$ -ის ნილადის სახით ჩანანერი შეიკვეცა.

**№8.**  $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$  გამონათქვამი  $B \Rightarrow A$  გამონათქვამის ტოლფასი, ანუ  $A \Rightarrow B$  -ს შებრუნებულის ტოლფასია.

## 2.8 ცნებათა შორის მიმართება

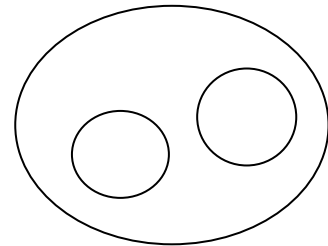
**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- ცნებათა შორის მიმართებების დადგენა;
- ცნებათა შორის მიმართებების ვენის დიაგრამებით გამოსახვა.

**სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:**

**სავ. №1.** გ) ტოლფერდა და მართკუთხა ტრაპეციებს შორის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა;

დ) შესაბამისი ვენის დიაგრამა მოცემულია ნახაზზე, სადაც მომცველი წრე გეომეტრიული ფიგურების სიმრავლეა, ხოლო მცირე წრეები სამკუთხედების და ოთხკუთხედების სიმრავლეები.



**სავ. №2.** პასუხი: ა), ე) და ზ).

შენიშვნა: ხშირად მოსწავლეები ცნებათა შორის კერძო-ზოგად და ნაწილი- მთელ მიმართებებს ვერ ანსხვავებენ. ასეთ შემთხვევაში სასარგებლოა, შესაბამისი ცნებები ჩავსვათ წინადადებაში: მაგალითად, „აფრიკა კონტინენტი“, „თუჯი რკინა“, „ქიმია მეცნიერება“. ეს გამონათქვამები ჭეშმარიტი გამონათქვამებია. მეორეს მხრივ, წინადადება „ხორთუმი სპილოა“, მცდარი გამონათქვამია, ჭეშმარიტი იქნება - „ხორთუმი სპილოს ნაწილია“.

**№4.** პასუხია გ). მოსწავლეებს შევახსენოთ, რომ განტოლება უცნობის (ან უცნობების) შემცველი ტოლობაა, ხოლო კვადრატულ განტოლებაში პირველი კოეფიციენტი არანულოვანია (რაც ნიშნავს, რომ კვადრატული განტოლება წრფივი ვერ იქნება).

**№5.** პასუხია დ).

### ჯგუფური სამუშაო

(2.8 პარაგრაფის ბოლოს მოცემული ჯგუფური სამუშაო)

1. ცნებები და დიაგრამები.

ამ დავალების მიზანია მოსწავლეებმა კარგად გაიაზრონ ცნებათა შორის პარაგრაფში აღწერილი მიმართებები და მოცემული დიაგრამების მიხედვით ააგონ ამ დიაგრამების შესაბამისი ცნებათა მიმდევრობები. შევნიშნოთ, რომ ცნებები შეიძლება იყოს როგორც მათემატიკური, ისე სხვა სასწავლო საგნებიდან.

საილუსტრაციოდ მოვიყვანთ ყოველი დიაგრამისთვის თითო მაგალითს:

ა) A–ფიგურა, B–გეომეტრიული ფიგურა, C–მრავალკუთხედი, D–ოთხკუთხედი, E–რომბი;

ბ) A–მრავალკუთხედი, B–ოთხკუთხედი, C–პარალელოგრამი, D–მართკუთხედი, E–რომბი;

გ) A–რიცხვი, B–ირაციონალური რიცხვი, C–რაციონალური რიცხვი, D–მთელი რიცხვი, E–ნატურალური რიცხვი.

მოვიყვანოთ №3 დიაგრამის შესაბამისი ერთი მაგალითი ბიოლოგიიდან:

A–ცხოველი, B–ფრინველი, C–ძუძუმწოვრა, D–მელა, E–თეთრი მელა.

2. მოცემული სამი დასამტკიცებელი თეორემიდან პირველი ტოლფერდა სამკუთხედის თვისებებია, მეორე –სამკუთხედის ტოლფერდობის ნიშნები, ხოლო მესამე –პირველი ორიდან გამომდინარეობს. მოცემული თეორემები სამკუთხედების ტოლობის ნიშნების შედეგებია.

## 2.9 ალგორითმი და ბლოკ-სქემა

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- ყოფითი და მათემატიკური მიზნების შესაბამისი ალგორითმების შედგენა;
- ალგორითმის ბლოკ-სქემით წარმოდგენა.

პარაგრაფში განხილულია მარტივი ყოფითი და მათემატიკური შინაარსის ალგორითმები. მოცემულია ალგორითმების კლასიფიკაცია და ბლოკ-სქემების ნიმუშები.

სავარჯიშოთა განხილვით მოსწავლეები ერთხელ კიდევ გაიაზრებენ სხვადასხვა მათემატიკური მოქმედების (მოქმედებები ნილადებზე, ტექსტური ამოცანების ამოხსნა და სხვა) შესრულების წესებს.

**სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:**

**№1-9** სავარჯიშოებში შესადგენი ყველა ალგორითმი წრფივი სახისაა.

**სავ.№10.** მოცემულია განშტოებული ალგორითმის უმარტივესი ნიმუში. მისი შინაარსია:

თუ  $a = 1$ , მაშინ  $b = 1$ , ხოლო თუ  $a \neq 1$ , მაშინ  $b = 0$ .

**სავ.№12.** მოცემული ბლოკ-სქემა გვიჩვენებს, თუ როგორ ღებულობს ადამიანი გადაწყვეტილებას: თუ არ სურს არ გააკეთებს, ხოლო თუ სურს გააკეთება, მაშინ დაფიქრდება, –ხომ არ ექნება უარყოფითი შედეგი. თუ არ ექნება უარყოფითი შედეგი, გააკეთებს, ხოლო თუ ექნება, იმის მიხედვით, რამდენად მნიშვნელოვანია, ან გააკეთებს, ან არა.

**სავ.№13.** დისკრიმინანტის ნიშნის მიხედვით შედგება განშტოებული სახის ალგორითმი.

**აბა, სცადე!** (პარაგრაფის ბოლოს მოცემული)

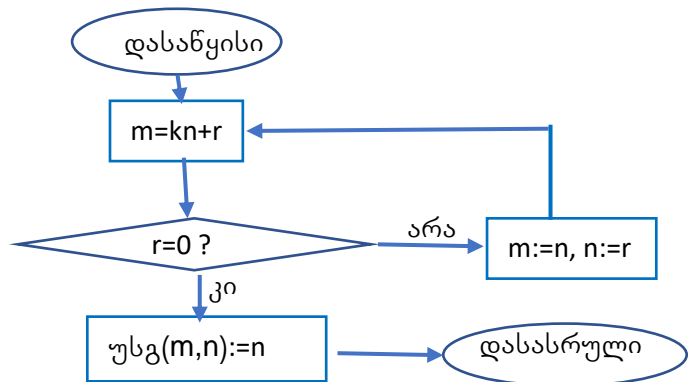
დავალება - „ეკლიდეს ალგორითმი“ გულისხმობს ამ ალგორითმის მოძიებას, შესწავლას, ალგორითმისა და მისი ბლოკ-სქემის შედგენას.

ეკლიდეს ალგორითმი ციკლური სახისაა, რომელიც შემდეგში მდგომარეობს: ვთქვათ,  $m$  და  $n$  ნატურალური რიცხვებია და  $m > n$ . ვიპოვოთ  $m$ -ის  $n$ -ზე გაყოფით მიღებული ნაშთი.

ვთქვათ, ეს ნაშთია  $r_1$ . თუ  $r_1 = 0$ , მაშინ  $\text{უსგ}(m, n) = n$ , თუ არა, მაშინ ვიპოვოთ  $n$ -ის  $r_1$ -ზე გაყოფით მიღებული ნაშთი. ვთქვათ, ეს ნაშთია  $r_2$ . თუ  $r_2 = 0$ , მაშინ  $\text{უსგ}(m, n) = r_1$ , თუ არა, მაშინ ვიპოვოთ  $r_1$ -ის  $r_2$ -ზე გაყოფის ნაშთი და ა.შ.

ცხადია, სასრული ბიჯის შემდეგ ნაშთი განუღდება და პროცესიც დამთავრდება.

შესაბამისი ბლოკ-სქემა იქნება მარჯვნივ მოცემული სახის.



#### ქვიზი № 4

1) მოცემულია თეორემა: „მართკუთხა სამკუთხედში ერთ-ერთი გვერდის კვადრატი დანარჩენი ორი გვერდის კვადრატების ჯამის ტოლია“.

ქვემოთ მოცემული ოთხი გამონათქვამიდან რომელია მოცემული თეორემის შებრუნებული თეორემა?

- ა) თუ სამკუთხედში ერთ-ერთი გვერდის კვადრატი დანარჩენი ორი გვერდის კვადრატების ჯამის ტოლია, მაშინ ეს სამკუთხედი მართკუთხაა;
- ბ) თუ სამკუთხედი მართკუთხა არაა, მაშინ ან მახვილკუთხაა ან ბლაგვეკუთხაა;
- გ) არ არსებობს სამკუთხედი, რომელიც არაა მართკუთხა;
- დ) თუ სამკუთხედის არცერთი გვერდის კვადრატი არ არის დანარჩენი გვერდების კვადრატების ჯამის ტოლი, მაშინ ეს სამკუთხედი არაა მართკუთხა.

2) მოცემულია თეორემა: „პარალელოგრამი ცენტრულადსიმეტრიული ფიგურაა“  
მოცემული ოთხი გამონათქვამიდან რომელია მოცემული თეორემის საპირისპირო გამონათქვამი?

- ა) თუ ფიგურა ცენტრულადსიმეტრიულია, მაშინ ის პარალელოგრამია;
- ბ) არსებობს პარალელოგრამი, რომელიც არაა ცენტრულადსიმეტრიული ფიგურა;
- გ) თუ ფიგურა არაა პარალელოგრამი, მაშინ ის არაა ცენტრულადსიმეტრიული ფიგურა;
- დ) მხოლოდ პარალელოგრამია ცენტრულადსიმეტრიული ფიგურა.

3) მოცემულია გამონათქვამი: „ყველა თევზს აქვს ხერხემალი“.

ქვემოთ მოცემული გამონათქვამებიდან რომელია მოცემულის ტოლფასი?

- ა) მხოლოდ თევზებს აქვთ ხერხემალი;
- ბ) თუ ცხოველი არაა ხერხემლიანი, მაშინ ის არაა თევზი;
- გ) თუ ცხოველი ხერხემლიანია, მაშინ ის თევზია;
- დ) არსებობს ხერხემლიანი ცხოველი, რომელიც არაა თევზი.

4) მოცემულია:

- კატისებრთა ოჯახის ყველა წარმომადგენელს აქვს ბრჭყალები;
- მუმუ არაა კატისებრთა ოჯახის წარმომადგენელი;
- ზუზუს აქვს ბრჭყალები.

თუ ეს გამონათქვამები ჭეშმარიტია, რომელი დასკვნა გამომდინარეობს მათგან?

- ა) მუმუს არ აქვს ბრჭყალები;
- ბ) ზუზუ კატისებრთა ოჯახის წარმომადგენელია;
- გ) თუ ცხოველი არაა კატისებრთა ოჯახის წარმომადგენელი, მაშინ მას ბრჭყალები არ აქვს;
- დ) თუ სიმბას ბრჭყალები არ აქვს, მაშინ ის არაა კატისებრთა ოჯახის წარმომადგენელი.

5). მოცემულთაგან რომელია კერძო-ზოგადი მიმართების მქონე წყვილი?

- ა) რაციონალური რიცხვი-ირაციონალური რიცხვი; ბ) სამკუთხედი — ოთხკუთხედი;
- გ) ხე — მცენარე; დ) ბალახი-ბურქი.

ქვიზის პასუხები

1	2	3	4	5
ა	გ	ბ	დ	გ

ქვიზის შედეგების შეფასების სქემა

აქტივობები	არადამაკმაყოფილებელი (1-2 ქულა)	დამაკმაყოფილებელი (3 ქულა)	კარგი (4 ქულა)	სანიმუშო (5 ქულა)
დავალების გააზრება	არ აქვს დავალება სწორად გააზრებული.	ნაწილობრივ აღიქვამს დავალებას.	კარგად აქვს დავალება გააზრებული.	ძუსტად აქვს დავალება გააზრებული.
ლოგიკური ელემენტების, ცნებებისა და ლოგიკური სიმბოლოების დაუფლება, ფორმულების არსის გააზრება და გამოყენება.	არ ესმის ცნების არსი, ვერ ახერხებს ინტერპრეტაციას და ვერ საზღვრავს გამოყენების არეალს.	შეუძლია მარტივი ცნებებისა და ტერმინების ინტერპრეტაცია. ვერ ახერხებს განსაზღვროს ცოდნის გამოყენების არეალი.	ეუფლება ცნებებს, თუმცა ყოველთვის ვერ ახერხებს სტრატეგიის სწორად შერჩევასა და დავალების უშეცდომოდ შესრულებას.	ღრმად ესმის ცნების არსი. სწორად ირჩევს სტრატეგიას. დავალებას უშეცდომოდ, სრულად ასრულებს.
ლოგიკური გამონათქვამების გამოყენება ამოცანის ამოსახსნელად. ლოგიკური აზროვნების განვითარება.	ვერ იაზრებს ამოცანის შინაარსს, ვერ ხვდება რაში და როგორ გამოიყენოს მონაცემები.	ნაწილობრივ იაზრებს ამოცანის შინაარსს, ასრულებს ოპერაციებს, მაგრამ არასწორად შერჩეული სტრატეგიის გამო უშვებს შეცდომებს.	სრულყოფილად ფლობს აღნიშნულ საკითხებს, მაგრამ ზოგჯერ უშვებს შეცდომას.	სრულყოფილად ფლობს საკითხებს. ამოცანის ამოხსნისას სწორად ირჩევს სტრატეგიას და უშეცდომოდ ასრულებს დავალებას.

**თავის მიმოხილვა.**

სავ.№3. ა)  $AB \Leftrightarrow B$  ჭეშმარიტია  $\Leftrightarrow n=2$ ;  
 ბ)  $A + B$  მცდარია  $\Leftrightarrow A$  მცდარია (ანუ  $n=1$  ან  $n$  შედგენილია) და  $B$  მცდარია (ანუ  $n$  კენტი)  $\Leftrightarrow n = 1$  ან  $n$  ნებისმიერი კენტი შედგენილი რიცხვია.

სავ.№4. გ) .

სავ.№5. ა) შეიძლება, როცა კლასში კი ამოიხსნა ყველა ამოცანა, მაგრამ არ არსებობს მოსწავლე, რომელმაც ამოხსნა ყველა ამოცანა. ბ) შეუძლებელია.

სავ.№6. ტოლფასებია ნათიას და სოფოს, აგრეთვე მერის და სალომეს გამონათქვამები;

სავ.№7.  $B$  გამონათქვამის მცდარობა ნიშნავს, რომ ელენე მოჭადრაკეა, ხოლო მაკა არაა მოჭადრაკე, ამიტომ  $A$  -ს ჭეშმარიტებიდან ვასკვნით, რომ ლია არაა მოჭადრაკე. პასუხი: ელენე.

სავ.№8. სამარხი ეკუთვნის ქართველს და VII საუკუნისაა.

სავ.№10. ა) საკმარისია; ბ) აუცილებელია; გ) აუცილებელია და საკმარისი; დ) საკმარისია; ე) საკმარისია; ვ) აუცილებელია და საკმარისი.

სავ.№11. 27.

**სავ.№12.** უნდა განვიხილოთ ოთხივე შემთხვევა ან შევადგინოთ ჭეშმარიტების ცხრილი.

**სავ.№13.** გამომდინარეობს №12-სავარჯიშოდან და ჯამის უარყოფის წესიდან.

**სავ.№14.** მართებულია I და IV გამონათქვამები. ისინი ტოლფასი თეორემებია; I და II გამონათქვამები ურთიერთშებრუნებულებია. II მცდარია, კონტრმაგალითია  $22=19+3$ ; III გამონათქვამიც მცდარია. კონტრმაგალითია  $-13=11+2$ .

**სავ.№15.** მართებულია I და III გამონათქვამები. ისინი ურთიერთშებრუნებული თეორემებია. IV გამონათქვამი III გამონათქვამის შებრუნებულის საპირისპირო გამონათქვამია, ისინი ტოლფასი თეორემებია; VI გამონათქვამი I გამონათქვამის შებრუნებულის საპირისპირო თეორემაა; II და V მცდარი გამონათქვამებია. ორივე შემთხვევაში კონტრმაგალითად მოვიყვანოთ  $15=3 \cdot 5$ .

**შესაძლებელია თუ არა?** შესაძლებელია, როცა ერთ-ერთი ჭეშმარიტი, ხოლო დანარჩენი ორი მცდარი გამონათქვამებია.

**ჯგუფური სამუშაოს პასუხები:** 1. ბ); 2. დ); 3. დ); 4. დ); 5. ბ); 6. ბ); 7. პასუხია ა), რადგან თუ ABC ტოფერდაა, პირველი გამონათქვამიდან ვლებულობთ, რომ ABCD კვადრატია, რაც ეწინააღმდეგება მეორე გამონათქვამს.

**ტესტი თვითშემოწმებისათვის  
პასუხი:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
დ	დ	ბ	ბ	გ	ა	ბ	დ	გ	ა	ბ	დ	დ	ბ	ბ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
ა	დ	ა	ბ	გ	დ	ა	ბ	დ	ბ

**მეორე თავის დამატებითი დავალებები**

გთავაზობთ სამ დავალებას, რომელთა შესრულება დაინტერესებულ მოსწავლეს საშუალებას მისცემს დახვეწოს წანამძღვრების მიხედვით პირობითი გამონათქვამისა და შესაბამისი ვენის დიაგრამის კონსტრუირების უნარი. 1-ელი დავალების ამოხსნის ერთი ვარიანტი მოცემულია დავალებების ბოლოს.

**დავალება 1.** მასწავლებლის შეკითხვაზე, ვინ არის სიმღერის გუნდის წევრი,

გელამ უპასუხა: ყველა გოგონა სიმღერის გუნდის წევრია;

კახამ უპასუხა: მხოლოდ გოგონები არიან სიმღერის გუნდის წევრები.

- ა) შეადგინე ორი ტოლფასი პირობითი გამონათქვამი გელას პასუხის მიხედვით და დახაზე შესაბამისი ვენის დიაგრამა;

ბ) შეადგინე ორი ტოლფასი პირობითი გამონათქვამი კახას პასუხის მიხედვით და დახაზე შესაბამისი ვენის დიაგრამა.

**უპასუხე კითხვებს:**

- 1) შესაძლებელია თუ არა გელა იყოს სიმღერის გუნდის წევრი კახას პასუხის მიხედვით?
- 2) შესაძლებელია თუ არა კახა იყოს სიმღერის გუნდის წევრი გელას პასუხის მიხედვით?
- 3) რა დასკვა გამომდინარეობს, თუ გელას პასუხი და კახას პასუხი სიმართლეა?
- 4) რა დასკვა გამომდინარეობს, თუ გელას პასუხი და კახას პასუხი მცდარია?

**დავალება 2.**

მოცემულია ოთხი გამონათქვამი:

A: პარალელოგრამი ცენტრულად სიმეტრიული ოთხკუთხედი;

B: ოთხკუთხედიდან მხოლოდ პარალელოგრამია ცენტრულად სიმეტრიული ფიგურა;

C: რომბი პარალელოგრამია;

D: ტრაპეცია არაა პარალელოგრამი.

ა) ჩამოაყალიბე A გამონათქვამი ორი ტოლფასი პირობითი გამონათქვამის სახით და დახაზე შესაბამისი ვენის დიაგრამა;

ბ) ჩამოაყალიბე B გამონათქვამი ორი ტოლფასი პირობითი გამონათქვამის სახით და დახაზე შესაბამისი ვენის დიაგრამა;

გააერთიანე A და B გამონათქვამები და ჩამოაყალიბე ერთ თეორემად სიტყვების „აუცილებელია და საკმარისი“ გამოყენებით.

უპასუხე კითხვებს:

1) მოცემულთაგან რომელი ორი გამონათქვამიდან გამომდინარეობს, რომ რომბი ცენტრულად სიმეტრიული ფიგურაა?

2) მოცემულთაგან რომელი ორი გამონათქვამიდან გამომდინარეობს, რომ ტრაპეცია არაა ცენტრულად სიმეტრიული ფიგურა?

3) იქიდან, რომ წრე არაა პარალელოგრამი, შეგვიძლია თუ არა დავასკვნათ, რომ წრე არაა ცენტრულად სიმეტრიული ფიგურა?

**დავალება 3.** მოცემულია ორი გამონათქვამი:

A: ტყუილია, რომ ყველა ფრინველს შეუძლია ფრენა;

B: ტყუილია, რომ მხოლოდ ფრინველებს შეუძლიათ ფრენა.

ა) ჩამოაყალიბე A გამონათქვამი სიტყვების „არსებობს ერთი მაინც“ გამოყენებით და მოიყვანე მისი დამამტკიცებელი მაგალითი;

ბ) ჩამოაყალიბე B გამონათქვამი სიტყვების „არსებობს ერთი მაინც“ გამოყენებით და მოიყვანე მისი დამამტკიცებელი მაგალითი;

გ) ჩამოაყალიბე A გამონათქვამის უარყოფა პირობითი გამონათქვამის სახით, ააგე მისი შესაბამისი ვენის დიაგრამა და კონტრმაგალითის მოყვანით დაასაბუთე ამ გამონათქვამის მცდარობა.

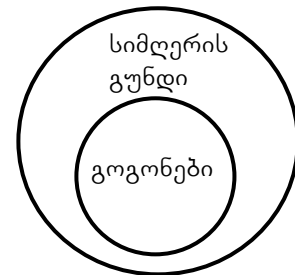
დ) ჩამოაყალიბე B გამონათქვამის უარყოფა პირობითი გამონათქვამის სახით, ააგე მისი შესაბამისი ვენის დიაგრამა და კონტრმაგალითის მოყვანით დაასაბუთე ამ გამონათქვამის მცდარობა.

მოსწავლეთა მეტი დაინტერესების მიზნით, სასურველია, დავავალოთ მოიძიონ და ამოხსნან შეფასებისა და გამოცდების ეროვნული ცენტრის ვებგვერდზე ([naec.ge](http://naec.ge)) განთავსებული ზოგადი უნარების საგამოცდო ბილეთებში მოცემული ლოგიკის ამოცანები.

### მოვიყვანოთ პირველი დავალების ამოხსნის ნიმუში:

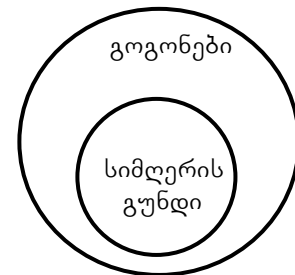
ა) გელას პასუხი:

- I. თუ გოგონაა, მაშინ სიმღერის გუნდის წევრია;
- II. თუ სიმღერის გუნდის წევრი არაა, მაშინ გოგონა არაა.  
ვენის დიაგრამას აქვს სახე:



ბ) კახას პასუხი:

- I. თუ სიმღერის გუნდის წევრია, მაშინ გოგონაა;
- II. თუ გოგონა არაა, მაშინ სიმღერის გუნდის წევრი არაა.  
ვენის დიაგრამას აქვს სახე:



პასუხები 1-4 შეკითხვებზე:

1. შეუძლებელია, რადგან გელა არაა გოგონა;
2. შესაძლებელია, რადგან გუნდში შეიძლება ბიჭებიც იყვნენ;
3. ამ შემთხვევაში გოგონების სიმრავლე ემთხვევა გუნდის წევრების სიმრავლეს;
4. არსებობს ერთი მაინც გოგონა, რომელიც არ არის გუნდის წევრი და არსებობს ერთი მაინც ბიჭი, რომელიც არის გუნდის წევრი.



### თავი 3. სტატისტიკა და ალბათობა

თავის მიზანია მოსწავლემ შეძლოს:

- გამოკითხვის სხვადასხვა მეთოდის აღწერა (ფოკუს ჯგუფი; სამიზნე აუდიტორია, პოპულაცია და ა.შ.);
- პოპულაციის რიცხოვნების დადგენის მეთოდების აღწერა და კვადრატების მეთოდის გამოყენება;
- მონაცემთა სხვადასხვა ფორმით (სიხშირული ცხრილით, დიაგრამით, ჰისტოგრამით) წარმოდგენა;
- მონაცემთა ანალიზისთვის ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულების გამოყენება;
- დაწყვილებულ მონაცემთა კორელაციის სახეობის დასადგენად საუკეთესო მიახლოების წრფის გამოყენება;
- შემთხვევითი მოვლენის მოსალოდნელობის შეფასება;
- ხდომილობისა და მასზე მოქმედებების ვენის დიაგრამებით გამოსახვა;
- ხდომილობის ალბათობის გამოსათვლელად სხვადასხვა ფორმულისა და მეთოდის გამოყენება.

ქვემოთ მოცემულ მატრიცაში მესამე თავის შესაბამისი კომპლექსური დავალება და მისი შესრულების ეტაპებია აღწერილი.

<b>მიმართულება -სტატისტიკა, ალბათობა</b> <b>კლასი - მე-10</b> საათების სავარაუდო რაოდენობა - 25-27		
<b>სამიზნე ცნებები/საკითხები სტატისტიკა, მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა</b> <b>მაკრო ცნება: კვლევა, ფორმა და წარმოდგენა, სტატისტიკური ანალიზი</b>		
<b>სამიზნე ცნებები და მათთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</b>	<b>საკითხი/ქვესაკითხები/ქვეცნებები</b> კვლევა და მონაცემების ანალიზი <ul style="list-style-type: none"> <li>• კვლევის დაგეგმვა;</li> <li>• მონაცემთა მოპოვება და დაჯგუფება;</li> <li>• მონაცემთა წარმოდგენის საშუალებები (ცხრილი, წერტილოვანი დიაგრამა);</li> <li>• მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლები (საშუალო, მოდა; მედიანა, დიაპაზონი);</li> <li>• დაწყვილებული მონაცემები, კორელაცია (ძლიერი, ზომიერი, სუსტი);</li> <li>• საუკეთესო მიახლოების წრფე;</li> </ul>	<b>საკვანძო შეკითხვა / ზოგადი შეკითხვები</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რისთვის არის საჭირო კვლევების წარმოება?</li> <li>• როგორ გამოვიყენოთ რაოდენობრივ მონაცემთა ანალიზი სწორი დასკვნების გაკეთებაში?</li> <li>• რა არის დაწყვილებული რიცხვითი მონაცემები?</li> <li>• რას გვიჩვენებს კორელაცია?</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ხდომილობის ალბათობა.</li> </ul>	
<p>სამიზნე ცნება:</p> <p><b>სტატისტიკა, მონაცემთა ანალიზი, ალბათობა</b></p> <p><b>სტანდარტი შედეგები:</b> მათ.საშ. 6, 7.</p> <p><b>მკვიდრი წარმოდგენები</b></p> <p>1.სტატისტიკა და მონაცემთა ანალიზი გულისხმობს საკვლევი თემის განსაზღვრას, მონაცემების შეგროვებას, დამუშავებას, შესაბამისი ფორმით წარმოდგენას და დასკვნის გაკეთებას.</p> <p>2.მონაცემების უკეთ აღქმისა და გაანალიზების მიზნით მათი მოწესრიგება და ორგანიზებაა საჭირო.</p> <p>3.მონაცემები შეიძლება წარმოდგენილი იყოს სხვადასხვა ფორმით, რაც</p>	<p><b>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა</b></p> <p><b>საკვანძო შეკითხვა:</b> რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი?</p> <p><i>რა შემოქმედებითი პროდუქტის საშუალებით უნდა დავადასტურო რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</i></p> <p>სასურველია, მოსწავლეებს ვესაუბროთ ადამიანის ფიზიკურ პარამეტრებსა და მათ ურთიერთკავშირზე. აღვნიშნოთ, რომ მაგალითად, ფეხის ზომასა და სიმაღლეს შორის რაიმე ცალსახა ფუნქციონალური დამოკიდებულება არ არსებობს: შეიძლება მოხდეს ისე, რომ ერთი და იგივე ფეხის ზომა ჰქონდეთ სხვადასხვა სიმაღლის ადამიანებს, ან მაღალ ადამიანს ჰქონდეს უფრო ნაკლები ზომის ფეხი, ვიდრე დაბალს. მაგრამ მაინც არსებობს გარკვეული კავშირი (კორელაცია) ამ ორ სიდიდეს შორის. ამ კავშირის დადგენაში დაეხმარება მოსწავლეებს მოცემულ თავში გადმოცემული დაწყვილებული რიცხვითი მონაცემების სტატისტიკური ანალიზის მეთოდი.</p> <p><b>კომპლექსური დავალების წარდგენა</b></p> <p><b>„ადამიანის ფიზიკური მონაცემების სტატისტიკური ანალიზი“</b></p> <p><b>დავალების პირობა:</b> ადამიანის ფიზიკური მონაცემები რამდენიმე მნიშვნელოვანი პარამეტრისაგან შედგება. ასეთებია, მაგალითად, სიმაღლე, მასა, ფეხის ზომა და სხვ. არის თუ არა რაიმე კავშირი ამ პარამეტრებს შორის? სხვა სიტყვებით, განსაზღვრავს თუ არა ადამიანის ერთ-ერთი პარამეტრი, მაგალითად, ფეხის ზომა, მის მეორე პარამეტრს – სიმაღლეს? შეგვიძლია თუ არა ვთქვათ, რომ დიდი ფეხის ზომის მქონე ადამიანი უფრო მაღალია, ვიდრე მცირე ფეხის ზომის მქონე? არის თუ არა ერთნაირი ეს დამოკიდებულება გოგონებსა და ბიჭებში?</p> <p>მოიფიქრე, კვლევის რა გზა გამოდგება ამ კითხვებზე პასუხის გასაცემად.</p> <p><b>შენი დავალება:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• შეაგროვე რიცხვითი მონაცემები შენი თანაკლასელების სიმაღლისა და ფეხის ზომის შესახებ;</li> <li>• დაალაგე მონაცემები ვარიაციული მწკრივის სახით და გამოთვალე მოპოვებული მონაცემების რიცხვითი მახასიათებლები (მოდა, მედიანა, საშუალო, დიაპაზონი);</li> <li>• დაწყვილებული მონაცემების მიხედვით ააგე წერტილოვანი დიაგრამა (თუ კლასში ცალკე გოგონების და ცალკე ბიჭების რაოდენობა 10-ზე მეტია, დიაგრამა ააგე გოგონებისა და ბიჭებისათვის ცალ-ცალკეც და ერთადაც);</li> <li>• დიაგრამებზე დახაზე საუკეთესო მიხსლოების წრფეები;</li> <li>• დაახასიათე მიღებული დიაგრამების კორელაცია (ძლიერი, ზომიერი, სუსტი, დადებითი, უარყოფითი);</li> <li>• გამოთვალე იმის ალბათობა, რომ შემთხვევით შერჩეულ ორ</li> </ul>	

<p>გვეხმარება სიტუაციის ანალიზსა და დასკვნის გაკეთებაში.</p> <p>4. მონაცემების დამუშავებითა და ანალიზით შესაძლებელია ვალიდური დასკვნის გაკეთება და პროგნოზირება.</p>	<p>მოსწავლეს აქვს:</p> <p>ა) ტოლი სიმაღლე;  ბ) ტოლი ფეხის ზომა;  გ) ტოლი სიმაღლე და ტოლი ფეხის ზომა;  დ) ტოლი სიმაღლე ან ტოლი ფეხის ზომა;  ე) განსხვავებული სიმაღლე და მაღალს ნაკლები ფეხის ზომა;  ვ) განსხვავებული სიმაღლე და მაღალს მეტი ფეხის ზომა.</p> <p>ყველა გამოთვლა ჩაატარე როგორც ცალკე გოგონების, ისე ცალკე ბიჭებისა და მთელი კლასის მონაცემების მიხედვით.</p> <p>ჩატარებული სამუშაოს მიხედვით უპასუხე კითხვებს:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• არის თუ არა შენს კლასში მოსწავლე გოგონა (ბიჭი), რომლის როგორც სიმაღლის, ისე ფეხის ზომის მონაცემი ემთხვევა თანაკლასელი გოგონების (ბიჭების) შესაბამისი მონაცემების მოდას? მონაცემებიდან უდიდესს?</li> <li>• ე) და ვ) პუნქტებში მიღებული ალბათობებიდან რომელია მეტი და რატომ?</li> <li>• რა დასკვნას გამოიტან შესრულებული სამუშაოდან?</li> </ul> <p><b>საპრეზენტაციოდ მომზადება.</b> გააფორმე ნაშრომი, დაურთე აგებული დიაგრამები და ჩატარებული გამოთვლები, უპასუხე დასმულ კითხვებს, ჩამოაყალიბე კვლევის შედეგები დასკვნის სახით და წარუდგინე კლასს.</p> <p><b>შენიშვნა:</b> მცირერიცხოვან კლასში მონაცემთა არასაკმარისი რაოდენობის გამო, რაიმე კანონზომიერების აღმოჩენას ვერ შეძლებ. ასეთ შემთხვევაში აუცილებელია რესპოდენტთა წრის გაფართოება (მაგალითად, გამოკითხვა ჩაატარე პარალელური კლასების ან სკოლის მასშტაბით).</p> <p><b>ეტაპი II.</b> მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით:</p> <p>ა) მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლები (მოდა, მედიანა, გაბნევის დიაპაზონი, საშუალო);  ბ) მონაცემთა წარმოდგენის საშუალებები ( ცხრილი, დიაგრამა);  გ) საუკეთესო მიახლოების წრფე და კორელაცია;  დ) კომბინატორიკის ელემენტები;  ე) ხდომილობის ალბათობა.</p> <p><b>სასწავლო რესურსები:</b> სახელმძღვანელოს მესამე თავი, ხანის აკადემია.</p> <p>ცოდნის დიაგნოსტიკისთვის შეიძლება დააწერინოთ ქვიზი N 5 და N 6.</p>
	<p><b>ფაქტობრივი კითხვები:</b></p> <p>რა?</p>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• რა არის ხდომილობის ალბათობა?</li> <li>• რა სახით ჩაწერ მოპოვებულ დაწყვილებულ მონაცემებს?</li> <li>• როგორ ააგებ წერტილოვან დიაგრამას დაწყვილებული მონაცემებისთვის? როგორ გაატარებ საუკეთესო მიახლოების წრფეს? რას დასკვნის საუკეთესო მიახლოების წრფის საშუალებით?</li> <li>• როგორ გამოითვლი მონაცემთა რიცხვით მახასიათებლებს: საშუალოს, მოდას, მედიანას, გაბნევის დიაპაზონს?</li> <li>• როგორ გამოითვლი იმის ალბათობას, რომ შემთხვევით შერჩეული ორი მოსწავლიდან ორივეს ტოლი სიმაღლე აქვს?</li> <li>• n მოსწავლიდან ორის ამორჩევა წყობაა თუ ჯუფთება?</li> </ul>
--	--	--

**ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებაზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა**

საკითხის/საკითხებს დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით, მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება

*ქვესაკითხი 1:* - მონაცემთა მოპოვება და ცხრილისა და დიაგრამის საშუალებით წარმოდგენა;

<b>კითხვები:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• მონაცემთა მოპოვების და წარმოდგენის რა საშუალებები იცი?</li> <li>• როგორ შევადგინოთ ცხრილი დაწყვილებული მონაცემებით?</li> <li>• როგორ ავაგოთ წერტილოვანი დიაგრამა დაწყვილებული მონაცემებისთვის?</li> <li>• რატომ ვაგებთ წერტილოვან და არა სხვა სახის დიაგრამას?</li> <li>• როგორ ააგებ საუკეთესო მიახლოების წრფეს?</li> </ul>
------------------	---

*ქვესაკითხი 2:* - მონაცემთა რიცვითი მახასიათებლების გამოთვლა (საშუალო, მოდა, მედიანა, გაბნევის დიაპაზონი)

<b>კითხვები:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ცენტრალური ტენდენციის საზომ რა რიცხვით მახასიათებლებს იცნობ?</li> <li>• როგორ დაითვლი მონაცემთა მედიანას კენტი (ლუწი) რაოდენობის მონაცემების შემთხვევაში?</li> </ul>
------------------	---

*ქვესაკითხი 3.* ალბათობების გამოთვლა და დასკვნის გამოტანა.

<p><b>კითხვები:</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• როგორ იყენებ კომბინატორიკას ხდომილობის ალბათობის გამოსათვლელად?</li> <li>• რა დასკვნა გამოგაქვს შესრულებული სამუშაოდან?</li> <li>• როგორ დაგეხმარა სტატისტიკური და ალბათური გამოთვლები დასკვნის გამოტანაში?</li> </ul>
<p><b>ქვესაკითხი 4.</b> ნაშრომის საპრეზენტაციოდ მომზადება</p> <p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დაძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან. ( მინიშნება: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p>	
<p>მოსწავლეების მხრიდან კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის პროცესში მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა.</p>	
<p><b>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</b>      ■</p> <p>რაში მდგომარეობდა სამუშაო, რა იყო გასაკეთებელი?</p> <p>ჩამოაყალიბეთ თქვენი სიტყვებით</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• სად ჩაატარე გამოკითხვა (კლასში, სკოლაში, მეგობრებსა და მეზობლებ</li> <li>• შეგისრულებია თუ არა მსგავსი დავალება?</li> </ul> <p><b>2. გეგმის შემუშავება</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• როგორ დაგეგმე სამუშაო? რა პრობლემა იყო გადასაჭრელი?</li> <li>• რა იყო ცნობილი შენთვის დასმული პრობლემიდან?</li> <li>• რა სტრატეგიები დასახე დავალების შესასრულებლად?</li> <li>• როგორ დააორგანიზე სამუშაო პროცესი?</li> </ul> <p><b>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რა სამუშაოები შეასრულე?</li> <li>• რისი ცოდნა დაგეხმარა გამოთვლების წარმოებაში?</li> <li>• რთული იყო თუ არა შენთვის მუშაობა?</li> <li>• გაქვთ თუ არა დეტალურად წარმოდგენილი პროცესის აღწერა და დასკვნა?</li> </ul> <p><b>4. შეფასება</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• რატომ ტარდება სტატისტიკური კვლევები?</li> <li>• რა სარგებლობა მოაქვს კვლევების წარმოებას სხვადასხვა დარგებისთვის?</li> <li>• როგორ გამოვიყენოთ რაოდენობრივ მონაცემთა ანალიზი ყოველდღიურ ცხოვრებაში?</li> <li>• რა განაპირობებს მონაცემების წარმოდგენის ხერხის შერჩევას?</li> <li>• სად შეიძლება გამოგადგეთ მოცემული ცოდნა?</li> </ul>	

თავფურცლის „აბა, სცადე!“. სულ გვაქვს 8! გადანაცვლება. თუ სამ გოგონას ერთად ჩავთვლით, გვექნება 6! გადანაცვლება, ხოლო 3 გოგონას გადანაცვლებები 3!.

გამრავლების წესის თანახმად ხელშემწყობი გადანაცვლებების რაოდენობა იქნება

$$6! \cdot 3! \cdot \frac{6! \cdot 3!}{8!} = \frac{3}{28}. \text{ პასუხი: } \frac{3}{28}.$$

### 3.1 მონაცემთა შეგროვება

**მიზანი.** მოსწავლეებმა შეძლონ:

- სტატისტიკური კვლევის მიზნისა და საკვლევი ობიექტის ბუნების მიხედვით მონაცემთა მოპოვების სხვადასხვა ხერხის შერჩევა;
- მოსახლეობის გამოკითხვისათვის კითხვარისა და საკითხთა ჩამონათვალის შედგენა;
- სამიზნე აუდიტორიის სწორად განსაზღვრა;
- ფოკუს ჯგუფის შედგენისა და ჯგუფური დისკუსიის წარმართვის ორგანიზება;
- პოპულაციის რიცხოვნების დადგენის კვადრატების მეთოდის გამოყენება;
- მარკირება - დაჭერის მეთოდის აღწერა და პროპორციის გამოყენებით პოპულაციის რიცხოვნობის დადგენა.

**სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:**

სავ.№1. პასუხია გ).

სავ.№2. პასუხია დ).

სავ.№3. პასუხია დ).

სავ.№4. ჯერ ვიანგარიშოთ მონაცემთა საშუალო:  $(3+7+5+1):4=4$ . ე.ი. საშუალოდ 1კვ.მ-ზე არის 4 გვირილა. სულ იქნება:  $130\ 000 \cdot 4=520\ 000$ .

სავ.№5.  $\frac{15}{3} = \frac{n}{20}$  პროპორციიდან,  $n=100$ .

სავ.№6.  $\frac{30}{4} = \frac{n}{90}$  პროპორციიდან,  $n=675$ .

### 3.2 მონაცემთა წარმოდგენა

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- რიცხვით მონაცემთა წარმოდგენა სიხშირეთა ცხრილისა და სხვადასხვა სახის დიაგრამის საშუალებით;
- ორგანოზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილის წაკითხვა და შედგენა.

**შენიშვნა.** სიხშირეთა ცხრილებსა და დიაგრამებს მოსწავლეები წინა წლებშიც ადგენდნენ. ამ თვალსაზრისით პარაგრაფში სიახლე არის მხოლოდ ორგანოზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილები.

სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:

სავ.№5. ბ) პასუხი: 43,2მმ.

სავ.№7. ა)  $1013160+1073579=2\ 086\ 739$ ; გ)  $1048593+1236203+1013160+1073579=$   
 $=4\ 371\ 535$ ; პასუხი: ა) 2 086 739; ბ) 1236203; გ) 4 371 535.

სავ.№8. ა) 7; ბ)  $8+6=14$ ; გ)  $(7+8):25 \cdot 100=60\%$ .

სავ.№9. პასუხი:

	კატა	კატა ჰყავს	კატა არ ჰყავს
ძალლი			
ძალლი ჰყავს		5	11
ძალლი არ ჰყავს		8	6

სავ.№10. პასუხი:

	კალათბურთი	კალათბურთი უყვარს	კალათბურთი არ უყვარს
ფეხბურთი			
ფეხბურთი უყვარს		11	7
ფეხბურთი არ უყვარს		5	2

სავ.№11. პასუხი:

	კვერცხი	დებს	არ დებს
ფერი			
თეთრი		10	5
შავი		15	10

### პრაქტიკული სამუშაო „ორგანოზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილი“

სამუშაო სრულდება ინდივიდუალურად. ეს თემა ახალია, ამიტომ მოსწავლეებმა 1-ელ რიგში, კარგად უნდა გაიაზრონ პარაგრაფში მოცემული მე-3 მაგალითი და შეასრულონ №7-11 სავარჯიშოები. გამოკითხვის თემის არჩევა თვითონ მოსწავლეებს მივანდოთ.

### 3.3 საუკეთესო მიახლოების წრფე

მიზანი. მოსწავლემ შეძლოს:

- დაწყვილებული რიცხვითი მონაცემების მიხედვით ნერტილოვანი დიაგრამის აგება;
- დაწყვილებული რიცხვითი მონაცემების კორელაციის დახასიათება (დადებითი, უარყოფითი, ძლიერი, საშუალო, სუსტი);
- საუკეთესო მიახლოების წრფის აგება (თვალზომით) და გამოყენება;
- კორელაციის კოეფიციენტის მიახლოებითი შეფასება.

შენიშვნა. მე-9 კლასიდან მოსწავლეებმა იციან ცვლადებს შორის ფუნქციური დამოკიდებულება. ამ დამოკიდებულებისაგან განსხვავებით, დაწყვილებულ მონაცემებს შორის შეიძლება იყოს ცალსახა კავშირი. მაგალითად, პარაგრაფის მე-2 მაგალითში ერთსა და იმავე სიმაღლეს სხვადასხვა მასა შეესაბამება. მიუხედავად ამისა სიმაღლესა და მასას შორის

რის გარკვეული კანონზომიერება (ძლიერი დადებითი კორელაცია) არსებობს. მოსწავლეებმა უნდა გაიაზრონ, რომ არსებობს ისეთი სიდიდეები, რომელთა შორის დამოკიდებულება არაა ცალსახა, მაგრამ მათ შორის კავშირი გარკვეულ კანონზომიერებას მაინც ექვემდებარება.

**სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:**

**სავ.№1.** ა) პასუხი: დადებითია;

ბ) ძლიერი კორელაციაა;  $\chi^2$ მმარიტია 1-ელი გამონათქვამი.

**სავ.№2.** ა) პასუხი: დადებითია;

ბ) ძლიერი კორელაციაა;  $\chi^2$ მმარიტია 1-ელი გამონათქვამი.

**სავ.№3.** უარყოფითი კორელაციაა.

**სავ.№4.** დადებითი კორელაციაა.

**სავ.№5.** უარყოფითი კორელაციაა.

**სავ.№7.** ა) დადებითი კორელაციაა;

ბ) დაახლოებით 0,8;

გ) ყოველწლიური ნაზრდი საშუალოდ 60 ლარია, ამიტომ 2022 წელს 2020 წელთან შედარებით იქნება დაახლოებით 120 ლარით მეტი, ანუ 2300 ლარის ფარგლებში.

### **პრაქტიკული სამუშაო „საქართველოს მოსახლეობა“**

სრულდება ინდივიდუალურად. მონაცემები წლების მიხედვით გაყოფილია ორ ეტაპად. წლებსა და მოსახლეობის რაოდენობას შორის 1960-1990 წლებში დადებითი კორელაციაა, ხოლო 1991-2021 წლებში – უარყოფითი კორელაცია. სასურველია, მოსწავლეებს ვესაუბროთ ჩვენს ქვეყანაში არსებულ დემოგრაფიულ პრობლემებზე და დავავალოთ მოიფიქრონ ამ პრობლემების დაძლევის გზები.

### **3.4 ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულები**

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლების დათვლა;
- რიცხვითი მახასიათებლების მონაცემთა ანალიზისთვის გამოყენება.

შენიშვნა. ამ პარაგრაფში წარმოდგენილი მონაცემთა მახასიათებლები მოსწავლეებისათვის წინა კლასებიდან კარგადაა ცნობილი. პარაგრაფში მათი გამეორება და მონაცემთა ანალიზისთვის გამოყენებაა მოცემული. პარაგრაფის პირველ მაგალითში ნაჩვენებია, რომ რიცხვითი მონაცემების დასახასიათებლად ზოგჯერ საშუალოზე უკეთეს სურათს მოდა და მედიანა იძლევა. მეორე მაგალითში კი მოდა, მედიანა და საშუალო ერთნაირ სურათს გვაძლევს. ამ მაგალითებში ნაჩვენებია ისიც, თუ რა მნიშვნელობა ენიჭება მონაცემთა ანალიზისთვის გაბნევის დიაპაზონს.

**სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:**

**სავ.№1.** საშუალო არის  $3639,8(3) \approx 3640$ . ლუნი რაოდენობის მონაცემია, ამიტომ მედიანა იქნება შუა ორი მონაცემის საშუალო, ანუ  $(3610+3603):2=3606,5$ , ხოლო დიაპაზო –  $3941-3402=539$ .



**სავ.№4.** პასუხი: ა) მოდაც და მედიანაც 2-ის ტოლია; შევნიშნოთ, რომ ამ მონაცემებით საშუალოს და დიაპაზონის გამოთვლა შეუძლებელია.

**პრაქტიკული სამუშაო „სულადობა“** სრულდება ინდივიდუალურად.

### ქვიზი №5

1) რა არის სამიზნე აუდიტორია?

- ა) რაიმე მიზნის მქონე აუდიტორია;
- ბ) ამათუ იმ მიზნით შეკრებილი ადამიანების თავყრილობა;
- გ) ამა თუ იმ პროდუქციის ძირითადი მომხმარებლების ერთობლიობა;
- დ) მიზანსწრაფვით გამორჩეული ადამიანების კრება.

2) რაში იყენებენ კვადრატების მეთოდს?

- ა) პოპულაციის რიცხოვნების დადგენაში;
- ბ) იატაკის კვადრატულად მოპირკეთებაში;
- გ) მართი კუთხის აგებაში;
- დ) რიცხვის კვადრატში ახარისხებაში.

3) რას გვიჩვენებს დანყვილებულ რიცხვით მონაცემთა კორელაცია?

- ა) დანყვილების მართებულობას;
- ბ) მონაცემთა ურთიერთდამოკიდებულების ხარისხს;
- გ) მონაცემთა კორექტულ განლაგებას;
- დ) მონაცემთა ფარდობით სიხშირეს.

4) რომელ მონაცემებშია მედიანა საშუალოს ტოლი?

- ა) 1, 2, 6;    ბ) 2; 4; 8;    გ) 0; -3; - 5;    დ) 4; 6; 8.

5) გოგის მიერ შედგენილ სიხშირეთა ცხრილში მოცემულია მის მარანში ღვინით

სავსე ბოცების რაოდენობა ფერისა და გემოს მიხედვით:

გემო \ ფერი	მშრალი	ნახევრადმშრალი
თეთრი	10	5
წითელი	15	10

ცხრილის მიხედვით დაადგინე, ღვინის მთელი რაოდენობის რამდენი პროცენტია ნახევრადმშრალი წითელი ღვინის რაოდენობა.

- ა) 20%;    ბ) 22%;    გ) 23%;    დ) 25%

### ქვიზის პასუხები

1	2	3	4	5
გ	ა	ბ	დ	დ

განმავითარებელი შეფასების სქემა ქვიზის მიხედვით

აქტივობები	არადამაკმაყოფილებელი (0-4 ქულა)	დამაკმაყოფილებელი (5-6 ქულა)	კარგი (7-8 ქულა)	სანიმუშო (9-10 ქულა)
დავალების გააზრება	არ აქვს დავალება სწორად გააზრებული	ნაწილობრივ აღიქვამს დავალებას.	კარგად აქვს დავალება გააზრებული.	სწორად აქვს დავალება გააზრებული.
სტატისტიკური ცნებების დაუფლება, არსის გააზრება და გამოყენება.	ვერ იაზრებს სტატისტიკურ ცნებებს. არ იცის რა არის სამიზნე აუდიტორია, მოდა, მედიანა, ფარდობითი სიხშირე, საშუალო.	ნაწილობრივ ეუფლება ცნებებს. უჭირს არსის გააზრება და ცოდნის გამოყენება.	ეუფლება სტატისტიკურ ცნებებს, თუმცა ყოველთვის ვერ ახერხებს ამის უშეცდომოდ გამოყენებას.	ღრმად აქვს გააზრებული სტატისტიკური ცნებების არსი. სწორად პასუხობს დასმულ კითხვებს.
მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლების დათვლა და მონაცემთა ანალიზისათვის გამოყენება.	მონაცემთა რიცხვითი მახასიათებლების არ ცოდნის გამო ვერ ახერხებს მათ დათვლასა და მონაცემთა ანალიზისათვის გამოყენებას.	უჭირს, ნაწილობრივ ახერხებს მონაცემთა დათვლასა და მონაცემთა ანალიზისათვის გამოყენებას.	არ უჭირს, კარგად, მაგრამ არა უშეცდომოდ ახერხებს მონაცემთა დათვლასა და მონაცემთა ანალიზისათვის გამოყენებას.	ზედმიწევნით კარგად ფლობს მასალას და დავალებას შეცდომისა და ხარვეზების გარეშე ასრულებს.

### 3.5 კომბინატორიკის ამოცანები

**მიზანი:** გამეორება და ცოდნის განმტკიცება თემაზე:

- ვარიანტების დათვლის გამრავლების წესი;
- გადანაცვლების, წყობისა და ჯუფთების რაოდენობათა გამოთვლის ფორმულები;
- კომბინატორიკის ამოცანების ამოხსნა.

**კომენტარები სავარჯიშოების შესახებ და პასუხები:**

**სავ. №3.** გადანაცვლებაა, პასუხი:  $3! = 6$ .

**სავ. №4.** ა) გამრავლების წესით გვაქვს  $6 \cdot 6 = 36$  ვარიანტი; ბ)  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ .

**სავ. №5.** გადანაცვლებაა, პასუხი: გ)  $33!$ .

სავ. №6. ამორჩევა დაბრუნებით. პასუხი:  $28^4 \cdot 10^3$ .

სავ. №7. პასუხი:  $9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$ .

სავ. №8. ამორჩევა დაბრუნებით. პასუხი:  $10^5$ .

სავ. №9. ა) წყობა. პასუხი:  $99 \cdot 98 \cdot 97$ ; ბ) ამორჩევა დაბრუნებით. პასუხი:  $99^3$ .

სავ. №10. 10 მოსწავლიდან ასარჩევია ხუთი (დარჩენილი 5 მოსწავლისგან შეადგება მეორე გუნდს), ამასთან თანმიმდევრობას არა აქვს მნიშვნელობა. პასუხი:  $C_{10}^5$ .

სავ. №11. პასუხი: ტოლია, რადგან  $C_5^3 = C_5^2 = 10$ .

სავ. №13. პირველი ექვსეულის არჩევის  $C_{18}^6$  ვარიანტია, მეორე ექვსეულის არჩევის  $C_{12}^6$  ვარიანტი (დარჩენილი 6 მოსწავლე შეადგენს მესამე გუნდს). გამრავლების წესის თანახმად, სულ გვექნება  $C_{18}^6 \cdot C_{12}^6$  ვარიანტი.

სავ. №14. პასუხი:  $C_{10}^2 \cdot C_{13}^3$ .

სავ. №15. პასუხი:  $C_2^1 \cdot C_{20}^{10}$ .

სავ. №16. პასუხი:  $C_{11}^4 \cdot C_7^4$ .

აბა, სცადე!  $1!=1$ ,  $1!+2!=3$ ,  $1!+2!+3!=9$ ,  $1!+2!+3!+4!=33$ ,  $5!=120$ , ამიტომ ყოველი შემდეგი ჯამის ჩანაწერი დაბოლოვდება 3-ით.

### 3.6 ხდომილობის ალბათობა

მიზანი. მოსწავლემ შეძლოს:

- შემთხვევითი და კანონზომიერი მოვლენების ამოცნობა;
- ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცის აგება და ელემენტთა რაოდენობის დადგენა (უმარტივეს შემთხვევათა განხილვა);
- ხდომილობის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყენება;
- ხდომილობათა მოსალოდნელობის შეფასება.

შენიშვნა: მოცემულ პარაგრაფსა და ამ თავის მომდევნო პარაგრაფებში თავმოყრილია VIII-IX კლასებში განვლილი ალბათობის საკითხები. ამ საკითხების გამეორება და განსხვავებული კუთხით გააზრება დაეხმარება მოსწავლეებს სტანდარტით გათვალისწინებული ისეთი ცნებების გააზრებაში როგორებიცაა: ელემენტარული ხდომილობა, ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცე, ხდომილობა, ხდომილობის ალბათობა, არათავსებადი ხდომილობები, დამოუკიდებელი ხდომილობები, მოქმედებები ხდომილობებზე და მათი ვენის დიაგრამით გამოსახვა და სხვ.

სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:

სავ. №2. პასუხი: ა)  $\frac{1}{8}$ ; ბ) A: 4; B: 3; C: 3; D: 1; E: 7; F: 1.

სავ. №3. პასუხი: F.

სავ. №4. პასუხი: A: 5; B: 3; C: 4; D: 5; E: 1.

სავ. №5. პასუხი: E.

სავ. №6. პასუხი: აუცილებელია E; შეუძლებელია C და D.

სავ.№7. პასუხი: C და D.

სავ.№9. მარტივებია 2, 3, 5, ხოლო შედგენილები 4 და 6. პასუხი: მარტივი რიცხვის მოსვლა.

სავ.№10. პასუხია B, რადგან როგორც A-ს, ისე C-ს განხორციელება იწვევს B-ს განხორციელებას ( $A + B \Rightarrow C$ ).

სავ.№11. პასუხია C, რადგან C-ს განხორციელება იწვევს, როგორც A-ს, ისე B-ს განხორციელებას ( $C \Rightarrow A \cdot B$ ).

სავ.№12. პასუხი: ელენეს მოსაზრება.

სავ.№13. სულ გვაქვს 6 შემთხვევა, აქედან ორი არის A-ს ხელშემწყობი, ხოლო ოთხი – B-ს ხელშემწყობი. პასუხი: B.

სავ.№14. ტოლადმოსალოდნელებია, რადგან ორი საფასურის მოსვლა იგივეა, რაც ერთი გერბის მოსვლა.

სავ.№15. სასურველია პარაგრაფის მე-2 ამოცანაში შედგენილი ცხრილის გამოყენება.

პასუხი: გ)  $\frac{5}{18}$ ; დ)  $\frac{11}{36}$ .

სავ.№16. პასუხი: ა)  $\frac{3}{7}$ ; ბ)  $\frac{4}{7}$ ; გ) 1; დ) 0.

სავ.№17. პასუხი: ა)  $\frac{13}{25}$ ; ბ)  $\frac{12}{25}$ .

სავ.№18. პასუხი: ა) 90; ბ) A: 45; B: 20; C: ჯამი 17-ის ტოლი სულ ორ შემთხვევაშია: ამოვა 8 და 9 და ამოვა 9 და 8, ამიტომ პასუხია 88; D: 0; E: 18; F: 0.

სავ.№19. I გზა: დავუშვათ, პირველი ლელა აგორებს სამივეჯერ. იმისათვის, რომ გელას შედეგი ლელას შედეგს დაემთხვეს, 216 შესაძლო ვარიანტიდან ხელშემწყობია მხოლოდ ერთი. პასუხი:  $\frac{1}{216}$ .

II გზა: ალბათობა იმისა, რომ თითოეულ ჯერზე გელას მოსული ქულა დაემთხვევა ლელას მოსულ ქულას,  $\frac{1}{6}$ -ის ტოლია. სამივე ჯერზე დაემთხვევის ალბათობა იქნება  $\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$ .

### 3.7 მოქმედებები ხდომილობებზე

მიზანი. მოსწავლემ შეძლოს:

- მოცემულის საწინააღმდეგო ხდომილობის, ორი ხდომილობის ჯამისა და ნამრავლის განმარტება და მათი ალბათობების გამოთვლა;
- არათავსებადი და დამოუკიდებელი ხდომილობების ცნებათა განმარტება და გამოყენება;
- ორი ხდომილობის ჯამის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყენება;
- გადანაცვლების, წყობისა და ჯუფთების რაოდენობათა გამოსათვლელი ფორმულების გამოყენება ხდომილობის ალბათობის დასათვლელად.

სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:

სავ.№1. პასუხი: 0,6.

სავ.№2. პასუხი: 0,45.

სავ.№3. პასუხი: ა)0,02; ბ)0,98.

სავ.№4.  $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ .

სავ.№5. პასუხი: ა)0,2; ბ)0,8.

სავ.№6. პასუხი:0,27.

სავ.№7.  $p(A \cdot B)=0,4 \cdot 0,9=0,36$ ;  $p(A+B)=0,4+0,9-0,34=0,96$ .

სავ.№8. პასუხი:  $p(A \cdot B)=0$ ;  $p(A+B)=0,5+0,4=0,9$ .

სავ.№9. პასუხი:  $p(A \cdot B)=0$ ;  $p(B)=0,5-0,3=0,2$ .

სავ.№10. პასუხი:  $p(A \cdot B)=0$ ;  $p(A+B)=1$ .

სავ.№11.  $p(B)=p(A \cdot B):p(A)=0,4$ ;  $p(A+B)=0,7+0,4-0,28=0,82$ .

სავ.№12. თუ მონაცემებს შესაბამის ფორმულებში ჩავსვამთ, მივიღებთ ორ განტოლებას ორი უცნობით:  $p(A)+p(B)-0,18=0,72$  და  $p(A) \cdot p(B)=0,18$ . პასუხი:  $p(A)=0,3$ ,  $p(B)=0,6$  ან  $p(A)=0,6$ ,  $p(B)=0,3$ .

სავ.№13. გავაკეთოთ ორი გზით: I გზა. სულ გვაქვს ოთხი ელემენტარული ხდომილობა: გგ, გს, სგ, სს. აქედან ხელშემწყობია ერთი – გს. ე.ი. ალბათობაა  $\frac{1}{4}$ .

II გზა. პირველი აგდებისას გერბის მოსვლის ალბათობაა 0,5, ხოლო მეორე აგდებისას საფასურის მოსვლის ისევ 0,5. ეს ხდომილობები დამოუკიდებელი ხდომილობებია, ამიტომ მათი ნამრავლის ალბათობაა  $0,5 \cdot 0,5=0,25$ .

სავ.№14. წინა ამოცანის ანალოგიურად შეგვიძლია ეს ამოცანაც ამოვხსნათ ორი გზით: I გზა. სულ გვაქვს ოთხი ელემენტარული ხდომილობა: გგ, გს, სგ, სს. აქედან ხელშემწყობია სამი: გგ, გს, სგ. ე.ი. ალბათობაა  $\frac{3}{4}$ .

II გზა. გამოვიყენოთ დამოუკიდებელ ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულა. მივიღებთ:  $0,5+0,5-0,5 \cdot 0,5=0,75$ .

სავ.№15. ეს ამოცანა №13 ამოცანის ანალოგიურია. პასუხია  $\frac{1}{36}$ .

სავ.№16. ეს ამოცანა №14 ამოცანის ანალოგიურია. პასუხია  $\frac{11}{36}$ .

სავ.№17. 4-ზე ნაკლები ქულებია 1, 2, 3. ამიტომ, მათი მოსვლის ალბათობაა  $3:6=0,5$ , ხოლო 4-ზე მეტი ქულებია 5 და 6, ამიტომ მათი მოსვლის ალბათობაა  $2:6 = \frac{1}{3}$ . დამოუკიდებელი

ხდომილობების ალბათობის ფორმულით ვღებულობთ  $0,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ .

სავ.№18. გამოვიყენოთ დამოუკიდებელ ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულა:  $0,5 + \frac{1}{3} - 0,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ .

შენიშვნა: №17-18 ამოცანები შეგვეძლო ამოგვეხსნა პარაგრაფში მოცემულ ცხრილში ხელშემწყობი ელემენტარული ხდომილობების დათვლითაც.

**სავ.№19.** ა) გამოვიყენოთ დამოუკიდებელ ხდომილობათა ნამრავლის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულა:  $0,5 \cdot 0,6 = 0,3$ ; ბ) გამოვიყენოთ დამოუკიდებელ ხდომილობათა ჯამის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულა:  $0,5 + 0,6 - 0,5 \cdot 0,6 = 0,8$ .

**სავ.№20.** ა)  $(13+9-7):25=0,6$ ; ბ)  $1-0,6=0,4$ .

**სავ.№21.** ა) I გზა. წარმოვიდგინოთ, რომ ჯერ იღებენ ერთ ბურთს, შემდეგ მეორეს. პირველი ამოღებისას თეთრი ბურთის ამოღების ალბათობაა  $\frac{3}{7}$ , ხოლო მეორე ამოღებისას  $-\frac{2}{6}$ .

პასუხი:  $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{7}$ ;

II გზა. 3 ბურთიდან 2-ის ამორჩევის ვარიანტებია  $C_3^2 = 3$ , ხოლო 7-დან 2-ის ამორჩევის  $- C_7^2 = 21$ . პასუხი:  $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$ ;

ბ) ამოცანის ამოხსნა ა) შემთხვევის ანალოგიურია. პასუხი:  $\frac{2}{7}$ .

**სავ.№22.** ა) წინა სავარჯიშოს ანალოგიურია. პასუხი:  $\frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{10 \cdot 11 \cdot 12} = \frac{7}{44}$ ;

ბ) ეს არის ა)-ში გახნილულის სანინაალმდეგო ხდომილობა: პასუხი:  $1 - \frac{7}{44} = \frac{37}{44}$ .

**სავ.№23.** ა) წინა სავარჯიშოს ანალოგიურია. პასუხი:  $\frac{C_8^4}{C_{25}^4} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25} = \frac{7}{1265}$ ;

ბ) ეს არის ა)-ში განხილულის სანინაალმდეგო ხდომილობა: პასუხი:  $1 - \frac{7}{1265} = \frac{1258}{1265}$ .

**სავ.24.** ა) ვთქვათ, 5 მოსწავლე, ლელას ჩათვლით, მაგიდასთან უკვე განაწილებულია. ხუთი ადგილიდან ლელას გვერდით მოსახვედრად ვაჟას ორი ადგილი აწყობს.

პასუხი:  $\frac{2}{5}$ ; ბ) პასუხი:  $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ .

**სავ.№25.** ა) შემოვიღოთ აღნიშვნები:

A: „ორივე კამათელზე მოვა კენტი ქულა“;

B: „ქულათა ჯამი 6-ის ტოლია“. საკმარისია დავამტკიცოთ, რომ  $p(A \cdot B) \neq p(A) \cdot p(B)$ .

$p(A) = \frac{1}{4}$ ;  $p(B) = \frac{5}{36}$ ;  $p(A \cdot B) = \frac{3}{36} \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{36} \neq \frac{3}{36}$ , რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

**სავ.№26.** I გზა. ბურთის აცდენის ალბათობაა  $1-p$ . გვანყობს სამი შემთხვევა:

- პირველივე ცდაზე ჩაგდება – ალბათობა  $p$ ;
- პირველ ცდაზე აცდენა და მეორე ცდაზე ჩაგდება – ალბათობა  $(1-p)p$ ;
- პირველ ორ ცდაზე აცდენა და მესამეზე ჩაგდება – ალბათობა  $(1-p)^2p$ .

სულ გვექნება  $p+(1-p)p+(1-p)^2p=p(3-3p+p^2)$ ;

II გზა. სამივეს აცდენის ალბათობაა  $(1-p)^3$ . სამ ცდაზე მეტი რომ არ დასჭირდეს, ერთხელ მაინც უნდა ჩააგდოს, ანუ სამივე არ უნდა ააცდინოს. პასუხი:  $1-(1-p)^3=p(3-3p+p^2)$ .

### 3.8 დიაგრამები

**მიზანი.** მოსწავლემ შეძლოს:

- მოცემულის საწინააღმდეგო ხდომილობის, ორი ხდომილობის ჯამისა და ნამრავლის ვენის დიაგრამით გამოსახვა;
- ვენისა და ხისებრი დიაგრამების გამოყენება ამოცანების ამოსასწავლად.

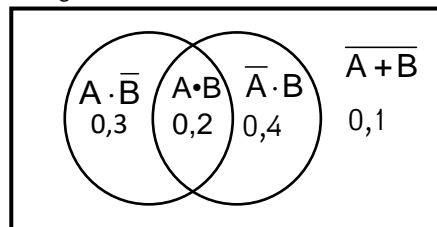
**სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:**

**სავ.№2.** გამოვთვალოთ ალბათობები და დავიტანოთ ნახაზე:

$$p(A \cdot \bar{B}) = p(A) - p(A \cdot B) = 0,5 - 0,2 = 0,3;$$

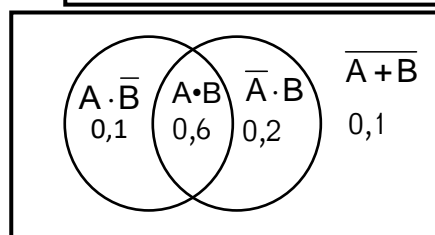
$$p(\bar{A} \cdot B) = p(B) - p(A \cdot B) = 0,6 - 0,2 = 0,4;$$

$$p(\overline{A+B}) = 1 - (p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot B) + p(A \cdot B)) = 1 - (0,3 + 0,4 + 0,2) = 0,1.$$



**სავ.№3.** ჯამის ალბათობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყენებით  $0,9 = 0,7 + 0,8 - p(A \cdot B)$ .

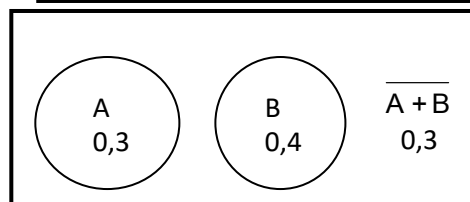
აქედან –  $p(A \cdot B) = 0,6$ . დიაგრამას ექნება სახე:



**სავ.№4.**

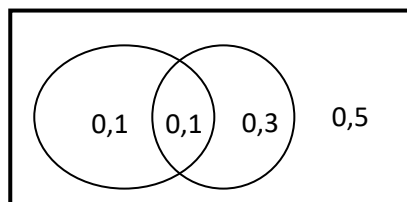
$$p(\overline{A+B}) = 1 - p(A+B) = 1 - (0,3 + 0,4) = 0,3.$$

შესაბამის დიაგრამას ექნება სახე:



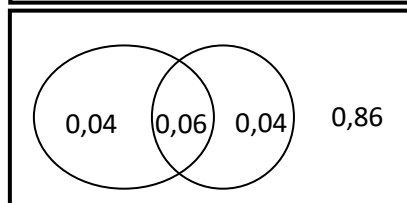
**სავ.№6.** დავხაზოთ შესაბამისი დიაგრამა:

პასუხი: ა) 0,5; ბ)  $0,1 + 0,3 = 0,4$ ; გ)  $0,1 + 0,1 + 0,3 = 0,5$ .



**სავ.№7.** დავხაზოთ შესაბამისი დიაგრამა:

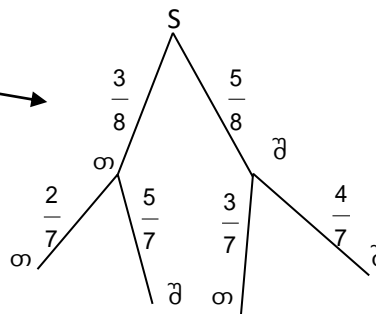
პასუხი: ა) 0,86; ბ)  $0,04 + 0,04 = 0,08$ ; გ)  $1 - 0,06 = 0,94$ .



**№9.** დავხაზოთ დიაგრამა:

$$ა) თშ + შთ = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{28};$$

$$ბ) თთ + შშ = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{13}{28}.$$



**სავ.№10 - 11** მე-9 ნომრის ანალოგიურია.

სავ. №12. საკმარისია, დავხაზოთ შესაბამისი ვენის დიაგრამა და დავიტანოთ მოცემული სიმრავლეები.

ქვიზი №6

- 1) გამოთვალე  $\frac{10!}{8!}$ .  
ა) 200; ბ) 80; გ) 0,8; დ) 90.
- 2) რიცხვი 9! არ იყოფა:  
ა) 45-ზე; ბ) 25-ზე; გ) 72-ზე; დ) 63-ზე.
- 3) იპოვე 8!-ის უდიდესი მარტივი გამყოფი.  
ა) 5; ბ) 3; გ) 35; დ) 7.
- 4) რვა მოსწავლიდან ორის ამორჩევის რამდენი შესაძლებლობაა?  
ა) 36; ბ) 28; გ) 18; დ) 6.
- 5) ვაგონის 4-ადგილიანკუბეში 3 ადამიანის განაწილების რამდენი შესაძლებლობაა?  
ა) 6; ბ) 12; გ) 24; დ) 48.
- 6) რამდენი წრფის გავლებაა შესაძლებელი წრენირზე მდებარე 10 წერტილზე?  
ა) 6; ბ) 45; გ) 30; დ) 10.
- 7) გაუმჭვირვალე ყუთში ჩაყრილია ბურთები ნომრებით: 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 19, 20. ყუთიდან იღებენ (მასში ჩაუხედავად) ერთ ბურთს. რა არის იმის ალბათობა, რომ ამოღებულ ბურთზე ეწერება მარტივი რიცხვი?  
ა)  $\frac{2}{5}$ ; ბ)  $\frac{19}{20}$ ; გ) 0,1; დ) 0,9.
- 8) იმის ალბათობა, რომ ბურთულებიანი ახალი კალამი კარგად არ წერს, არის 0,19. მალაზიაში ნინომ შეიძინა ერთი ასეთი კალამი. რა არის იმის ალბათობა, რომ ნინოს კალამი კარგად დაწერს?  
ა)  $\frac{19}{81}$ ; ბ)  $\frac{81}{20}$ ; გ) 0,81; დ) 99,81.
- 9) იმის ალბათობა, რომ გვანცა საგამოცდო ბილეთის 1-ელ საკითხს კარგად უპასუხებს, არის 0,8, ხოლო მეორე საკითხს – 0,7. რა არის იმის ალბათობა, რომ გვანცა კარგად უპასუხებს ბილეთის ორივე საკითხს?  
ა) 0,56; ბ) 0,94; გ) 1,2; დ) 0,24.
- 10) იმის ალბათობა, რომ გვანცა საგამოცდო ბილეთის 1-ელ საკითხს კარგად უპასუხებს, არის 0,8, ხოლო მეორე საკითხს – 0,7. რა არის იმის ალბათობა, რომ გვანცა კარგად უპასუხებს ბილეთის ერთ საკითხს მაინც?  
ა) 0,56; ბ) 0,64; გ) 1,5; დ) 0,94.

ქვიზის პასუხები



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
დ	ბ	დ	ბ	გ	ბ	ა	გ	ა	დ

**განმავითარებელი შეფასების სქემა (ნიმუში)**

აქტივობები	არადამაკმ-ლი	დამაკმაყოფ-ლი	კარგი	სანიმუშო
ტექსტის აღ-ქმა და სწორი გადანყვეტილების მიღება	ვერ აღიქვამს ტექსტს, არასწორ სტრატეგიას ირჩევს ამოცანის ამოსახსნელად.	აღიქვამს ტექსტს, მაგრამ ხშირად უშვებს შეცდომას დავალების შესრულებაში.	სწორად აღიქვამს ტექსტს, მაგრამ ზოგჯერ არასწორად ირჩევს სტრატეგიას ამოცანის ამოსახსნელად.	სრულყოფილად აღიქვამს ტექსტს და უშეცდომოდ და უხარვეზოდ ასრულებს დავალებას.
შესაბამისი ტერმინებისა და საკითხების ცოდნა	არ ფლობს ტერმინებს არა აქვს საკითხების ცოდნა.	ფლობს ტერმინებს, მაგრამ არასაკმარისი ცოდნის გამო უშვებს შეცდომებს.	ამჟღავნებს ტერმინებისა და საკითხების ფლობას, მაგრამ ზოგჯერ უშვებს შეცდომებს.	სრულყოფილად ფლობს ტერმინებს და ამჟღავნებს საკითხების ზედმინევი ცოდნას.
მოსწავლეს შეუძლია კომბინატორიკისა და ალბათობის ფორმულების ამოცანების ამოსახსნელად გამოყენება.	არ იცის ფორმულები, ვერ ასრულებს დავალებას.	იცის ფორმულები, მაგრამ ხშირად ვერ უკავშირებს დასმულ ამოცანას	იცის ფორმულები, სწორ სტრატეგიას ირჩევს დასმული ამოცანისთვის მათ გამოსაყენებლად მაგრამ ზოგჯერ უშვებს შეცდომას.	სრულყოფილად ფლობს ფორმულებს და სწორად იყენებს მათ დასმული ამოცანის ამოსახსნელად..

**მესამე თავის მიმოხილვა**

**მიზანი.** მოცემულ თავში განხილული მასალის განმტკიცება და თვითშეფასება (ტესტის შესრულება)

**სავარჯიშოების კომენტარები და პასუხები:**

სავ.№1.  $\frac{13}{5} \cdot 30000 = 78000.$

სავ.№2.  $\frac{3}{7} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = 70.$

სავ.№3.  $\frac{12}{30} = \frac{x}{360^\circ} \Rightarrow x = 144^\circ.$

სავ.№5. ა) 32; ბ)  $9:15 \cdot 100=60\%.$

სავ.№6.

	და	და ჰყავს	და არ ჰყავს
ძმა			
ძმა ჰყავს		7	12
ძმა არ ჰყავს		9	2

სავ.№7. დადებითი, ზომიერი.

სავ.№9. დ) 0.

სავ.№10. დ) -0,8.

სავ.№11. ა) 0; ბ)  $\frac{1}{36}$ ; გ)  $\frac{1}{18}$ ; დ) 0,5.

სავ.№12. მონეტის 4-ჯერ აგდებისას სულ გვაქვს 16 ელემენტარული ხდომილობა.

ა) ხელშემწყობია  $C_4^1 = 4$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{4}{16} = 0,25$ ;

ბ) ხელშემწყობია  $C_4^2 = 6$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ;

გ) ხელშემწყობია  $C_4^3 = 4$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{4}{16} = 0,25$ ;

დ) ხელშემწყობია  $C_4^4 = 1$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{1}{16}$ .

**სავ.№13.** ვთქვათ, გიგა უკვე არის რომელიმე ჯგუფში. იმავე ჯგუფში მოსახვედრად გელას აქვს 7 ვარიანტი 23 ვარიანტიდან. პასუხი:  $\frac{7}{23}$ .

**სავ.№14.** სულ გვაქვს  $C_{12}^2 = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$  ელემენტარული ხდომილობა.

ა) ხელშემწყობია  $C_7^2 = 21$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{7}{22}$ ;

ბ) ხელშემწყობია  $C_5^2 = 10$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{5}{33}$ ;

გ) ხელშემწყობია  $C_5^1 \cdot C_7^1 = 35$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{35}{66}$ ;

დ) ეს არის ბ)-ს საწინააღმდეგო ხდომილობა. პასუხი:  $1 - \frac{5}{33} = \frac{28}{33}$ .

შენიშვნა: იგივე ამოცანა შეგვეძლო ამოგვეხსნა ჯუფთების ფორმულის გამოყენების გარეშე. მაგალითად, ა) პირველ ჯერზე თეთრი ბურთულის ამოღების ალბათობაა  $\frac{7}{12}$ ,

ხოლო მეორეზე -  $\frac{6}{11}$ . ამიტომ, პასუხია:  $\frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22}$ .

შეგვეძლო, რომ ამოცანა ხისებრი დიაგრამის დახმარებით ამოგვეხსნა.

სასურველია, მოსწავლეებთან განვიხილოთ ამოხსნის დასახელებული სამივე გზა.

**სავ.№15.** ამ შემთხვევაში გვაქვს ამორჩევა დაბრუნებით. სულ გვაქვს  $12 \cdot 12 = 144$  ელემენტარული ხდომილობა. ა) ხელშემწყობია  $5 \cdot 5 = 25$  ელემენტარული ხდომილობა.

პასუხი:  $\frac{25}{144}$ ;

ბ) ხელშემწყობია  $7 \cdot 7 = 49$  ელემენტარული ხდომილობა. პასუხი:  $\frac{49}{144}$ ;

გ) პასუხი:  $1 - \left( \frac{25}{144} + \frac{49}{144} \right) = \frac{35}{72}$ .

**სავ.№16.**  $0,7+0,8-0,5=1$ .

**სავ.№17.**  $0,7+0,8-0,56=0,94$ .

### ტესტი თვითშემოწმებისათვის

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
დ	ბ	დ	ბ	ა	გ	ა	დ	გ	გ	ბ	ბ	გ	გ	დ

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
ა	ბ	გ	დ	ბ	ა	დ	ბ	ა	დ

## შემაჯამებელი სამუშაოები

### შემაჯამებელი სამუშაო № 1

(რიცხვები და მოქმედებები — მათ. საშ.1, მათ. საშ.2, მათ.საშ.8)

#### I ვარიანტი

1. მოცემულია ორი შუალედი:  $A = [-3; 5)$ ,  $B = (0; 7]$ . ჩანერე  $A \cup B$  და  $A \cap B$  სიმრავლეები შუალედების სახით.
2. გამოთვალე 165-ისა და 198-ის უმცირესი საერთო ჯერადი და უდიდესი საერთო გამყოფი.
3. გაამარტივე და გამოთვალე:  $\frac{64a^{-2}b^3}{125a^2b^{-1}}$ , თუ  $a=-0,1$ ,  $b=0,5$ .
4. გამოთვალე:  $\left(2\frac{2}{5} - 1,2 \cdot 1\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{5}$ .
5. 75% სპირტის შემცველ 2 ლიტრ ხსნარს დაუმატეს 1 ლიტრი წყალი. რამდენი პროცენტია სპირტის შემცველობა მიღებულ ხსნარში?

#### II ვარიანტი

1. მოცემულია ორი შუალედი:  $A = [-5; 3)$ ,  $B = (1; 6]$ . ჩანერე  $A \cup B$  და  $A \cap B$  სიმრავლეები შუალედების სახით.
2. გამოთვალე 110-ისა და 462-ის უმცირესი საერთო ჯერადი და უდიდესი საერთო გამყოფი.
3. გამოთვალე:  $\left(2,4 - 1\frac{1}{5} \cdot 1,5\right) : 1,2$ .
4. გაამარტივე და გამოთვალე:  $\frac{27a^2b^{-3}}{64a^{-2}b^1}$ , თუ  $a=2$ ,  $b=-0,5$ .
5. 50% სპირტის შემცველ 3 ლიტრ ხსნარს დაუმატეს 2 ლიტრი წყალი. რამდენი პროცენტია სპირტის შემცველობა მიღებულ ხსნარში?

პირველი ვარიანტის განმსაზღვრელი შეფასების სქემა:

- ჩანერა  $A \cup B = [-3; 7]$  ან  $A \cap B = (0; 5)$  ----- 1 ქულა,  
 ჩანერა  $A \cup B = [-3; 7]$  და  $A \cap B = (0; 5)$  ----- 2 ქულა.  
 სულ 2 ქულა.
- გამოთვალა  $\text{უსჯ}(165; 198) = 990$  ან  $\text{უსგ}(165; 198) = 33$  ----- 1 ქულა  
 გამოთვალა  $\text{უსჯ}(165; 198) = 990$  და  $\text{უსგ}(165; 198) = 33$  ----- 2 ქულა  
 სულ 2 ქულა.
- შეასრულა ერთი მაინც არითმეტიკული მოქმედება ----- 1 ქულა  
 შეასრულა სამივე არითმეტიკული მოქმედება (პასუხი: 0,6) ---- 2 ქულა  
 სულ 2 ქულა.
- გაამარტივა გამოსახულება  $(\frac{64}{125} \cdot (\frac{b}{a})^4)$  ----- 1 ქულა  
 გამოთვალა მნიშვნელობა (320) ----- 2 ქულა  
 სულ 2 ქულა.
- გამოთვალა სპირტის რაოდენობა (1,5ლ) ----- 1 ქულა  
 გამოთვალა სპირტის პროცენტი მიღებულ ხსნარში (50%) ---- 2 ქულა  
 სულ 2 ქულა.

ქულები	შეფასების დონეები
10	მაღალი
9	
8	საშუალოზე მაღალი
7	
6	საშუალო
5	
4	საშუალოზე დაბალი
3	
2	დაბალი
1	

განმავითარებელი შეფასების სქემა (ნიმუში)

აქტივობები	არადამაკმაყოფილებელი	დამაკმაყოფილებელი	კარგი	სანიმუშო
სიმრავლური ოპერაციების შესრულება და ჩანერა	ვერ ასრულებს სიმრავლურ ოპერაციებს.	ნაწილობრივ ასრულებს სიმრავლურ ოპერაციებს, ჩანანერში უშვებს შეცდომებს.	სწორად ასრულებს სიმრავლურ ოპერაციებს, მაგრამ ჩანერისას უშვებს შეცდომებს.	სწორად ასრულებს სიმრავლურ ოპერაციებს და წერს პასუხებს.
უსჯ-ს და უსგ-ს პოვნა	არ იცის უსჯ-ს და უსგ-ს მოძებნის ალგორითმი.	ნაწილობრივ იცის უსჯ-ს და უსგ-ს მოძებნის ალგორითმი მარტივ მამრავლებად დაშლისას უშვებს შეცდომებს.	იცის მოძებნის ალგორითმი მაგრამ გამოთვლისას უშვებს შეცდომას.	იცის მოძებნის ალგორითმი და სწორედ ასრულებს გამოთვლებს.
არითმეტიკული მოქმედებების შესრულება.	არ იცის არითმეტიკული მოქმედებების შესრულების თანმიმდევრობის წესი, მოქმედებებს ვერ ასრულებს სწორად.	იცის არითმეტიკული მოქმედებების თანმიმდევრობა მაგრამ არასწორად ასრულებს მოქმედებებს.	იცის არითმეტიკული მოქმედებების თანმიმდევრობა, მაგრამ ერთი მოქმედებების შესრულებისას უშვებს უზუსტობას.	სრულყოფილად ფლობს გამოთვლების ტექნიკას.
დავალების გააზრება საჭირო მოქმედებების შესრულება	ვერ იაზრებს დავალებას, ვერ ახერხებს საძიებელი სიდიდის მონაცემებთან დაკავშირებას.	ნაწილობრივ აღიქვამს დავალებას. ნაწილობრივ ახერხებს საძიებელი სიდიდის წარმოდგენას.	აღიქვამს დავალების არსს. ნაბიჯებს დგამს სწორი მიმართულებით, მაგრამ უშვებს შეცდომებს.	დავალებას სწორად იაზრებს და სწორად ასრულებს საჭირო მოქმედებებს.

## შემაჯამებელი სამუშაო № 2

(ლოგიკა – მათ.საშ.9.)

### I ვარიანტი

1. ქვემოთ მოცემული გამონათქვამებიდან თითოეულს მოუძებნე კონტრმაგალითი:

- A: ნებისმიერი ორი ნატურალური რიცხვის სხვაობა ნატურალური რიცხვია;
- B: ნებისმიერი კენტი ნატურალური რიცხვი მარტივია;
- C: თუ რიცხვის კვადრეტი 1-ით ბოლოვდება, მაშინ ეს რიცხვიც 1-ით ბოლოვდება;
- D: წერტილთა ნებისმიერი სამეული რაიმე სამკუთხედის წევროებს წარმოადგენს.

2. მოცემულია გამონათქვამი:

A: თუ რიცხვი 18-ის ჯერადია, მაშინ ეს რიცხვი 3-ის ჯერადია და ლუწია;

შემდეგი გამონათქვამებიდან, რომელია A გამონათქვამის:

ა) შეზღუდული?

ბ) გოლფასი?

B: თუ რიცხვი არაა 18-ის ჯერადი, მაშინ ეს რიცხვი არაა 3-ის ჯერადი და არაა ლუწი;

C: თუ რიცხვი არაა 3-ის ჯერადი ან არაა ლუწი, მაშინ ეს რიცხვი არაა 18-ის ჯერადი;

D: თუ რიცხვი 3-ის ჯერადია და ლუწია, მაშინ ეს რიცხვი 18-ის ჯერადია;

3. მოცემულია ოთხი პირობითი გამონათქვამი:

ა)  $A \Rightarrow B$ ; ბ)  $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ ; გ)  $B \Rightarrow A$ ; დ)  $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ .

ამ გამონათქვამებიდან რომლებია ჭეშმარიტი, თუ ცნობილია, რომ  $A + \bar{B}$  ჯამი მცდარი გამონათქვამია? პასუხი დაასაბუთე.

4. მოცემულია ხუთი ცნებისაგან შედგენილი მიმდევრობა:

A: ოთხკუთხედი; B: პარალელოგრამი; C: ტრაპეცია; D: მართკუთხედი; E: რომბი.

შეადგინე მოცემულ ცნებათა შესაბამისი ვენის დიაგრამა.

5. მოცემულია ორი გამონათქვამი:

„დეტექტიური ჟანრის ყველა რომანი საინტერესოა“;

„აგათა კრისტის ყველა რომანი დეტექტიური ჟანრისაა“.

თუ ეს ორივე გამონათქვამი ჭეშმარიტია, ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი გამონათქვამია: ა) ჭეშმარიტი? ბ) აუცილებლად მცდარი?

A: თუ რომანი არაა საინტერესო, ის არ არის აგათა კრისტის.

B: თუ რომანი საინტერესოა, ის არის დეტექტიური ჟანრის.

G: დეტექტიური ჟანრის ყველა რომანი არის აგათა კრისტის.

D: აგათა კრისტის რომანი „მკვლევლობა აღმოსავლეთის ექსპრესში“ არაა საინტერესო.

## II ვარიანტი

1. შემდეგ გამონათქვამებიდან თითოეულს მოუძებნე კონტრმაგალითი:

- A: ნებისმიერი მთელი რიცხვის კვადრატი ნატურალური რიცხვია;
- B: ნებისმიერი ორი ნატურალური რიცხვის ნამრავლი შედგენილი რიცხვია;
- C: თუ ნატურალური რიცხვის კვადრატი  $n$ -ით ბოლოვდება, მაშინ თვით ეს რიცხვიც  $n$ -ით ბოლოვდება;
- D: თუ ოთხკუთხედს ოთხივე გვერდი ტოლი აქვს, მაშინ ეს ოთხკუთხედი კვადრატია.

2. მოცემულია გამონათქვამი:

- A: თუ რიცხვი 12-ის ჯერადია, მაშინ ეს რიცხვი 3-ის ჯერადია და ლუწია;
- შემდეგი გამონათქვამებიდან, რომელია A გამონათქვამის:
- ა) შებრუნებული?
  - ბ) ტოლფასი?
- B: თუ რიცხვი არაა 12-ის ჯერადი, მაშინ ეს რიცხვი არაა 3-ის ჯერადი და არაა ლუწი;
  - C: თუ რიცხვი არაა 3-ის ჯერადი ან არაა ლუწი, მაშინ ეს რიცხვი არაა 12-ის ჯერადი;
  - D: თუ რიცხვი 3-ის ჯერადია და ლუწია, მაშინ ეს რიცხვი 12-ის ჯერადია;

3. მოცემულია ოთხი პირობითი გამონათქვამი:

ა)  $A \Rightarrow B$ ; ბ)  $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ ; გ)  $B \Rightarrow A$ ; დ)  $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ .

ამ გამონათქვამებიდან რომლებია ჭეშმარიტი, თუ ცნობილია, რომ  $A \cdot \bar{B}$  ნამრავლი ჭეშმარიტი გამონათქვამია? პასუხი დაასაბუთე.

4. მოცემულია ხუთი ცნებისაგან შედგენილი მიმდევრობა:

A: ოთხკუთხედი; B: პარალელოგრამი; C: ტრაპეცია; D: რომბი; E: კვადრატი.

შეადგინე მოცემულ ცნებათა შესაბამისი ვენის დიაგრამა.

5. მოცემულია ორი გამონათქვამი:

„დეტექტიური ჟანრის ყველა რომანი საინტერესოა“;

„აგათა კრისტის ყველა რომანი დეტექტიური ჟანრისაა“.

თუ ეს ორივე გამონათქვამი ჭეშმარიტია, ქვემოთ მოცემულთაგან რომელი

გამონათქვამია: ა) ჭეშმარიტი? ბ) აუცილებლად მცდარი?

A: დეტექტიური ჟანრის ყველა რომანი არის აგათა კრისტის.

B: აგათა კრისტის რომანი „იდუმალი მოწინააღმდეგე“ არაა საინტერესო.

G: თუ რომანი არაა საინტერესო, ის არ არის აგათა კრისტის.

D: თუ რომანი საინტერესოა, ის არის დეტექტიური ჟანრის.

## I ვარიანტის შეფასების სქემა

1. თითოეული კონტრმაგალითისთვის --- 0,5 ქულა;  
სულ 2 ქულა.
2. ა) შებრუნებულია D ----- 1 ქულა.  
ბ) გოლფასია C ----- 1 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
3.  $A + \bar{B}$  ჯამი მცდარია ნიშნავს, A მცდარი, ხოლო B ჭეშმარიტია ----- 1 ქულა;  
ჭეშმარიტია ა), რადგან პირობაა მცდარი ----- 0,5 ქულა;  
ჭეშმარიტია დ), რადგან პირობაა მცდარი-----0,5 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
4. სამი სწორი მიმართებისათვის ----- 1 ქულა;  
სრულყოფილი დიაგრამისათვის -----2 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
5. ჭეშმარიტია A -----1 ქულა;  
აუცილებლად მცდარია D -----1 ქულა. სულ 2 ქულა.



განმავითარებელი შეფასების სქემა

აქტივობები	არადადამაკმაყოფილებელი	დადამაკმაყოფილებელი	კარგი	სანიმუშო
კონტრმაგალითის გაცნობიერება და სწორი მსჯელობა	არა აქვს გაცნობიერებულ კონტრმაგალითის ცნება და მსჯელობს არასწორად.	გაცნობიერებული აქვს კონტრმაგალითის ცნება, მაგრამ ხშირად არასწორად მსჯელობს.	გაცნობიერებული აქვს კონტრმაგალითის ცნება, მაგრამ ზოგჯერ არასწორად მსჯელობს.	სწორად მსჯელობს და მოყავს შესაბამისი კონტრმაგალითები.
გამონათქვამებზე მოქმედებების ცოდნა, პირობისა და დასკვნის გარჩევა, შებრუნებული და ტოლფასი პირობითი გამონათქვამის კონსტრუირება	არ იცის გამონათქვამებზე მოქმედებები, ვერ არჩევს პირობასა და დასკვნას, არ შეუძლია შებრუნებული და ტოლფასი გამონათქვამების კონსტრუირება.	იცის გამონათქვამებზე მოქმედებები, არჩევს პირობასა და დასკვნას, მაგრამ არ შეუძლია შებრუნებული და ტოლფასი გამონათქვამების კონსტრუირება.	იცის გამონათქვამებზე მოქმედებები, არჩევს პირობასა და დასკვნას, შეუძლია შებრუნებულის კონსტრუირება, მაგრამ ეშლება ტოლფასი გამონათქვამის ამოცნობა.	იცის გამონათქვამებზე მოქმედებები, არჩევს პირობასა და დასკვნას შეუძლია შებრუნებულისა და ტოლფასი გამონათქვამის კონსტრუირება.
ცნებათა სორის მიმართებების ცოდნა და ვენის დიაგრამით წარმოდგენა.	არ იცის ცნებათა სორის მიმართებები, არ შეუძლია მიმართების დიაგრამით გამოსახვა.	იცის ცნებათა სორის მიმართებები, თუმცა არ შეუძლია დიაგრამით სწორად გამოსახვა.	იცის ცნებათა სორის მიმართებები, შეუძლია დიაგრამით სწორად გამოსახვა, თუმცა ზოგჯერ უშვებს შეცდომას.	შრულყოფილად ფლობს ცნებებს სორის მიმართებებს და სწორად გამოსახავს მათ დიაგრამით.
წანამძღვრების გააზრება და სწორი დასკვნების გამოტანა	ვერ იაზრებს წანამძღვრებს, გამოაქვს არასწორი დასკვნები.	სწორად იაზრებს წანამძღვრებს, მაგრამ ვერ გამოაქვს სრულყოფილი დასკვნები.	სწორად იაზრებს წანამძღვრებს, ზოგჯერ გამოაქვს არასწორი დასკვნა.	კარგად აღიქვამს დავალების შინაარსს, წანამძღვრებიდან გამოაქვს სწორი დასკვნები.

**შემაჯავებელი სამუშაო № 3**  
(მონაცემები – მათ. საშ.6)

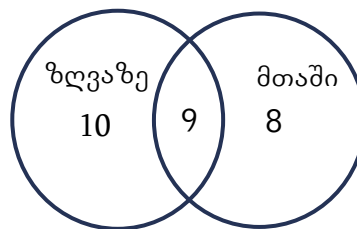
**I ვარიანტი**

1. თევზსაშენში თევზის რიცხოვნობის დასადგენად დაიჭირეს 30 თევზი, მონიშნეს და გაუშვეს. მეორე დღეს დაიჭირეს 50 თევზი, რომელთაგან 4 აღმოჩნდა მონიშნული. დაახლოებით რამდენი თევზია თევზსაშენში?

2. მერიმ თანაკლასელებს დაუსვა კითხვა: „იცის თუ არა ცურვა?“. პასუხების მიხედვით მერიმ შეადგინა ორგანოზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილი. ცხრილის მიხედვით უპასუხე კითხვებს:  
ა) რამდენმა გოგონამ იცის ცურვა;  
ბ) გამოკითხულთა რამდენმა პროცენტმა არ იცის ცურვა?

	ბიჭი	გოგო
იცის	6	7
არ იცის	4	3

3. ფირმის 40 თანამშრომელთან ჩაატარეს გამოკითხვა, იმის შესახებ, თუ სად აპირებენ შვებულების გატარებას: ზღვაზე, მთაში თუ სხვაგან. პასუხების მიხედვით შეადგინეს ვენის დიაგრამა.

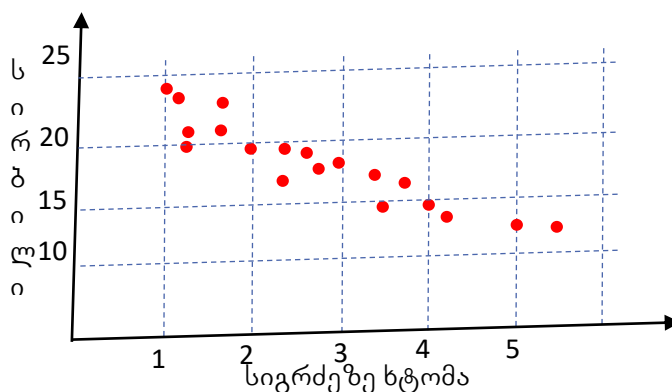


გადაიხაზე და მოცემული დიაგრამის მიხედვით შეავსე ორგანოზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილი.

	მთაში	მთაში არა
ზღვაზე		
ზღვაზე არა		

4. წერტილოვან დიაგრამაზე მოცემულია მოსწავლეთა შედეგები სიგრძეზე ხტომასა (მეტრებში) და 100 მეტრზე სირბილში (წამებში).

დიაგრამის მიხედვით უპასუხე კითხვებს:  
ა) ძლიერია, სუსტია თუ ზომიერი მოცემულ სიდიდეებს შორის კორელაცია?  
ბ) დადებითია თუ უარყოფითი კორელაცია?  
გ) მოცემული შუალედებიდან რომელშია მოთავსებული კორელაციის კოეფიციენტი?



(-1; -0,5); (-0,5; 0); (0; 0,5) დ) (0,5; 1).

დ) მოცემული წინადადებიდან, რომელია მართებული?

- I. ვინც შორს ხტება ის, როგორც წესი, სწრაფად დარბის;
- II. ვინც სწრაფად დარბის ის, როგორც წესი, შორს ვერ ხტება;
- III. ხტომისა და სირბილის შედეგებს შორის კავშირი არ არის.

## II ვარიანტი

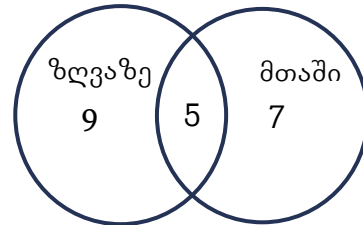
1. თევზსაშენში თევზის რიცხოვნობის დასადგენად დაიჭირეს 20 თევზი, მონიშნეს და გაუშვეს. მეორე დღეს დაიჭირეს 45 თევზი, რომელთაგან 3 აღმოჩნდა მონიშნული. დაახლოებით რამდენი თევზია თევზსაშენში?

2. მერიმ თანაკლასელებს დაუსვა კითხვა: „იცის თუ არა თხილამურებით სრიალი?“. პასუხების მიხედვით მერიმ შეადგინა ორგანოზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილი: ცხრილის მიხედვით უპასუხე კითხვებს:

	ბიჭი	გოგო
იცის	6	7
არ იცის	7	5

- ა) რამდენმა ბიჭმა იცის თხილამურებით სრიალი?
- ბ) გამოკითხულთა რამდენმა პროცენტმა არ იცის თხილამურებით სრიალი?

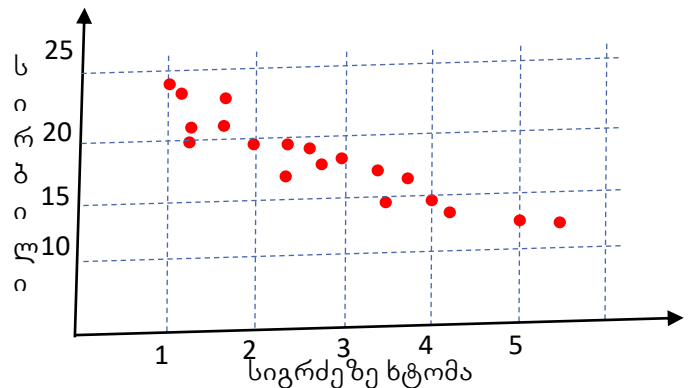
3. ფირმის 30 თანამშრომელთან ჩაატარეს გამოკითხვა იმის შესახებ, თუ სად აპირებენ შვებულების გატარებას: ზღვაზე, მთაში თუ სხვაგან. პასუხების მიხედვით შეადგინეს ვენის დიაგრამა.



გადაიხაზე და მოცემული დიაგრამის მიხედვით შეავსე ორგანოზომილებიანი სიხშირეთა ცხრილი.

	მთაში	მთაში არა
ზღვაზე		
ზღვაზე არა		

4. ნერტილოვან დიაგრამაზე მოცემულია მოსწავლეთა შედეგები სიგრძეზე ხტომასა (მეტრებში) და 100 მეტრზე სირბილში (წამებში).



დიაგრამის მიხედვით უპასუხე კითხვებს:

- ა) ძლიერია, სუსტია თუ ზომიერი მოცემულ სიდიდეებს შორის კორელაცია?
- ბ) დადებითია თუ უარყოფითი კორელაცია?
- გ) მოცემული შუალედებიდან რომელშია მოთავსებული კორელაციის კოეფიციენტი?

(-1; -0,5); (-0,5; 0); (0; 0,5) დ) (0,5; 1).

დ) მოცემული წინადადებიდან, რომელია მართებული?

- I. ვინც შორს ხტება ის, როგორც წესი, სწრაფად დარბის;
- II. ვინც სწრაფად დარბის ის, როგორც წესი, შორს ვერ ხტება;
- III. ხტომისა და სირბილის შედეგებს შორის კავშირი არ არის.

### ივარიანტის შეფასების სქემა

1. დაწერა პროპორცია (მაგ.  $\frac{x}{50} = \frac{30}{4}$ ) ----- 1 ქულა;  
მიიღო პასუხი (375)----- 2 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
2. თითოეული სწორი პასუხისათვის ( ა) 7; ბ)35%)-----1 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
3. თითოეული სწორად შევსებული უჯრისათვის ----- 1 ქულა.  
სულ 4 ქულა.

პასუხი:

	მთაში	მთაში არა
ზღვაზე	9	10
ზღვაზე არა	8	13

4. თითოეული სწორი პასუხისათვის ( ა) ძლიერი; ბ) უარყოფითი; გ) (-1;-0,5) დ) I.)----0,5 ქულა.  
სულ 2 ქულა.

### განმავითარებელი შეფასების სქემა (ნიმუში)

აქტივობები	არადაამაკმაყოფილებელი	დამაკმაყოფილებელი	კარგი	სანიმუშო
ტექსტის აღქმა და სწორი მსჯელობა	ვერ აღიქვამს ტექსტს, მსჯელობს არასწორად.	აღიქვამს ტექსტს, მაგრამ ხშირად არასწორად მსჯელობს.	სწორად აღიქვამს ტექსტს, მაგრამ ზოგჯერ არასწორად მსჯელობს.	სრულყოფილად აღიქვამს ტექსტს და სწორად მსჯელობს.
შესაბამისი ტერმინებისა და საკითხების ცოდნა	არ ფლობს ტერმინებს არა აქვს საკითხების ცოდნა.	ფლობს ტერმინებს, მაგრამ არასაკმარისი ცოდნის გამო უშვებს შეცდომებს.	ამჟღავნებს ტერმინებისა და საკითხების ფლობას, მაგრამ ზოგჯერ უშვებს შეცდომებს.	სრულყოფილად ფლობს ტერმინებს და ამჟღავნებს საკითხების ზედმინევიან ცოდნას.
ცხრილებისა და დიაგრამების წაკითხვა და ანალიზი	ვერ კითხულობს ცხრილებსა და დიაგრამებს და არ აქვს ანალიზის უნარი.	კითხულობს ცხრილებსა და დიაგრამებს მაგრამ ვერ ახარხებს სწორ ანალიზს.	კითხულობს ცხრილებსა და დიაგრამებს, მაგრამ ანალიზისას უშვებს შეცდომებს.	სრულყოფილად ფლობს ცხრილებსა და დიაგრამებს და ატარებს ანალიზს.

შემაჯამებელი სამუშაო № 4  
(ალბათობა –მათ.საშ.7)

I ვარიანტი

1. ექვსი წარჩინებული სტუდენტიდან ორი უნდა გააგზავნონ სწავლის გასაგრძელებლად საზღვარგარეთ. სტუდენტთა გაგზავნის რამდენი განსხვავებული ვარიანტია, თუ სტუდენტებს:
  - ა) ერთი და იმავე უნივერსიტეტში აგზავნიან?
  - ბ) სხვადასხვა უნივერსიტეტში აგზავნიან?
  
2. ქვემოთ მოცემული სამი ხდომილობიდან რომელია დანარჩენებზე:
  - ა) მეტად მოსალოდნელი?
  - ბ) ნაკლებად მოსალოდნელი?

A: თამაზი შემაჯამებელ წერაში მიიღებს 6 ქულაზე მეტს;

B: თამაზი შემაჯამებელ წერაში მიიღებს 8 ქულაზე მეტს;

C: თამაზი შემაჯამებელ წერაში მიიღებს 9 ქულას?

(პასუხი დაასაბუთე)
  
3. კამათელს აგორებენ ორჯერ. რა არის იმის ალბათობა, რომ პირველ გაგორებაზე მოვა 1-ით ნაკლები ქულა, ვიდრე მეორე გაგორებაზე?
  
4. კლასის 25 მოსწავლიდან 12 ქერათმიანია. რა არის იმის ალბათობა, რომ შემთხვევით შერჩეული 2 მოსწავლიდან მხოლოდ ერთი იქნება ქერათმიანი?
  
5. კალთბურთელი ისვრის ორ საჯარიმოს. იმის ალბათობა, რომ პირველ ნასროლს ააცილებს, 0,2-ის ტოლია, მეორეს რომ ააცილებს – 0,3-ის ტოლი, ხოლო ორივეს რომ ააცილებს – 0,1-ის ტოლი. რა არის იმის ალბათობა, რომ კალათბურთელი:
  - ა) ერთ ნასროლს მაინც ააცილებს?
  - ბ) ორივე ნასროლს ჩააგდებს?

## II ვარიანტი

1. შვიდი წარჩინებული სტუდენტიდან ორი უნდა გააგზავნონ სწავლის გასაგრძელებლად საზღვარგარეთ. სტუდენტთა გაგზავნის რამდენი განსხვავებული ვარიანტია, თუ სტუდენტებს:
  - ა) ერთი და იმავე უნივერსიტეტში აგზავნიან?
  - ბ) სხვადასხვა უნივერსიტეტში აგზავნიან?
  
2. შემდეგი სამი ხდომილობიდან რომელია დანარჩენებზე:
  - ა) მეტად მოსალოდნელი?
  - ბ) ნაკლებად მოსალოდნელი?

A: ნანა შემაჯამებელ წერაში მიიღებს 5 ქულაზე მეტს;

B: ნანა შემაჯამებელ წერაში მიიღებს 6 ქულაზე მეტს;

C: ნანა შემაჯამებელ წერაში მიიღებს 8 ქულას?

(პასუხი დაასაბუთე)
  
3. კამათელს აგორებენ ორჯერ. რა არის იმის ალბათობა, რომ პირველ გაგორებაზე მოვა 1-ით მეტი ქულა ვიდრე მეორე გაგორებაზე?
  
4. კლასის 23 მოსწავლიდან 11 ქერათმიანია. რა არის იმის ალბათობა, რომ შემთხვევით შერჩეული 2 მოსწავლიდან მხოლოდ ერთი იქნება ქერათმიანი?
  
5. კალათბურთელი ისვრის ორ საჯარიმოს. იმის ალბათობა, რომ პირველ ნასროლს ააცილებს, 0,3-ის ტოლია, მეორეს რომ ააცილებს – 0,5-ის ტოლი, ხოლო ორივეს რომ ააცილებს – 0,2-ის ტოლი. რა არის იმის ალბათობა, რომ კალათბურთელი:
  - ა) ერთ ნასროლს მაინც ააცილებს?
  - ბ) ორივე ნასროლს ჩააგდებს?

## I ვარიანტის შეფასების სქემა

1. თითოეული სწორი პასუხისათვის ( ა)  $C_6^2 = 15$ ; ბ)  $A_6^2 = 30$  )-----1 ქულა,  
მიიღო პასუხი (375)----- 2 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
2. თითოეული დასაბუთებული სწორი პასუხისათვის ( ა) A; ბ) C)-----1 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
3. დათვალა ხელშემწყობ ხდომილობათა რაოდენობა (5) ----- 1 ქულა,  
გამოთვალა ალბათობა ( $\frac{5}{36}$ )----- 2 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
4. დათვალა ხელშემწყობ ხდომილობათა რაოდენობა ( $12 \cdot 13$ ) ----- 1 ქულა;  
გამოთვალა ალბათობა ( $\frac{13}{25}$ )----- 2 ქულა.  
სულ 2 ქულა.
5. თითოეული დასაბუთებული სწორი პასუხისათვის (ა) 0,4; ბ) 0,6)--1 ქულა.  
სულ 2 ქულა.

### განმავითარებელი შეფასების სქემა (ნიმუში)

აქტივობები	არადამაკმაყოფილებელი	დამაკმაყოფილებელი	კარგი	სანიმუშო
ტექსტის აღქმა და სწორი მსჯელობა	ვერ აღიქვამს ტექსტს, მსჯელობს არასწორად.	აღიქვამს ტექსტს, მაგრამ ხშირად არასწორად მსჯელობს.	სწორად აღიქვამს ტექსტს, მაგრამ ზოგჯერ არასწორად მსჯელობს.	სრულყოფილად აღიქვამს ტექსტს და სწორად მსჯელობს.
შესაბამისი ტერმინებისა და საკითხების ცოდნა	არ ფლობს ტერმინებს, არა აქვს საკითხების ცოდნა.	ფლობს ტერმინებს, მაგრამ არასაკმარისი ცოდნის გამო უშვებს შეცდომებს.	ამჟღავნებს ტერმინებისა და საკითხების ფლობას, მაგრამ ზოგჯერ უშვებს შეცდომებს.	სრულყოფილად ფლობს ტერმინებს და ამჟღავნებს საკითხების ზედმინევენით ცოდნას.

დამატებით ვაწვდით მასწავლებლებს შეფასების სქემებს, რომელიც მათ დაეხმარება მოსწავლის ცოდნის შემოწმებასა და ხარვეზების აღმოფხვრაში.

### პრეზენტაციის შეფასების სქემა

კრიტერიუმები	ქულები
საინტერესო შესავალი (პრობლემის იდენტიფიცირება)	0-1
კვლევები/ ნაშრომის წარმოჩენის უნარი	0-1
შემოქმედებითი უნარი	0-1
პრობლემის გადაჭრის გზების შეთავაზება	0-1
თემის გასაგებად წარმოდგენა (ლოგიკური ჯაჭვი)	0-1
საუბარი (გამართულობა, ტემბრი)	0-1
თვალსაჩინოების გამოყენება	0-1
აუდიტორიასთან კონტაქტი	0-1
ინფორმაციის ფლობის უნარი (ადეკვატური კითვა-პასუხი)	0-1
დროის ლიმიტის დაცვა	0-1
<b>ჯამი</b>	<b>0-10</b>

### პრეზენტაციის შეფასების რუბრიკა

ფასდება აქტივობები	დაბალი	საშუალო	მაღალი
თემის გასაგებად წარმოდგენა	ვერ წარმოადგენს თემას გასაგებად	წარმოადგენს თემას გასაგებად, მაგრამ არაარგუმენტირებულად	წარმოადგენს თემას გასაგებად, ამყარებსარგუმენტებით
ინფორმაციის ფლობის უნარი	ვერ ფლობს საჭირო ინფორმაციას, არ შეუძლია დასაბუთებული მსჯელობა	ფლობს საჭირო ინფორმაციას, მაგრამ არ შეუძლია დასაბუთებული მსჯელობა	ფლობს საჭირო ინფორმაციას, ამყარებს არგუმენტებით და დამაჯერებლად ასაბუთებს
თვალსაჩინოების გამოყენება	არ იყენებს თვალსაჩინობას	იყენებს თვალსაჩინობას, თუმცა თემას ნაწილობრივ პასუხობს	იყენებს თემატიკის შესაბამის თვალსაჩინობას
დროის ლიმიტი	ვერ იცავს დროის ლიმიტს	იცავს ნაწილობრივ დროის ლიმიტს	ზუსტად იცავს დროის ლიმიტს



**საშინაო და ტესტური დავალების შეფასების რუბრიკა**

ფასდება აქტივობები	არადამაკმაყ.	დამაკმაყ.	კარგი	სანიმუშო
დავალების სწორად გააზრება	არ აქვს გააზრებული დავალება	ნაწილობრივ აქვს გააზრებული დავალება	კარგად აქვს გააზრებული დავალება	კარგად აქვს გააზრებული დავალება, მომზადებული მასალა მრავალფეროვანია
შესრულების სისტემატურობა	არ ასრულებს დავალებას სისტემატურად	დავალებას ზოგჯერ ასრულებს	დავალებას სისტემატურად ასრულებს, თუმცა ხარვეზებით	დავალებას ასრულებს სისტემატურად და ამდიდრებს დამატებითი ინფორმაციით
საკუთარი აზრის გადმოცემის უნარი	ვერ ახერხებს საკუთარი აზრის გადმოცემას	მეტ-ნაკლებად ახერხებს საკუთარი აზრის გადმოცემას	გასაგებად ახერხებს საკუთარი აზრის გადმოცემას	დამაჯერებლად ახერხებს საკუთარი აზრის გადმოცემას
წერის კულტურა	წერს გაურკვევლად	წერს გარკვევით, თუმცა ხარვეზებით	წერს გასაგებად და უშეცდომოდ	წერს შესანიშნავად და უშეცდომოდ

**საგაკვეთილო მასალის ცოდნის შეფასების რუბრიკა**

აქტივობები	არადამაკმაყ.	დამაკმაყ.	კარგი	სანიმუშო
ფაქტობრივი მასალის ცოდნა	არაადეკვატურად იყენებს ცნებებს, არაორგანიზებულად წარმოადგენს საკითხს	ადეკვატურად იყენებს ზოგიერთ ცნებას, არასრულყოფილად წარმოადგენს საკითხს	ადეკვატურად იყენებს ცნებებს, ორგანიზებულად წარმოადგენს საკითხს	ყოველთვის ადეკვატურად იყენებს ცნებებს, სრულყოფილად წარმოადგენს საკითხს, ავლენს ღრმა ანალიზის უნარს
თეორიული ცოდნის პრაქტიკასთან კავშირი	არაადეკვატურად იყენებს თეორიულ ცოდნას პრაქტიკასთან მიმართებაში	ნაწილობრივ იყენებს თეორიულ ცოდნას პრაქტიკასთან მიმართებაში	ადეკვატურად იყენებს თეორიულ ცოდნას პრაქტიკასთან მიმართებაში	ადეკვატურად იყენებს თეორიულ ცოდნას პრაქტიკასთან მიმართებაში, ავლენს ტრანსფერის უნარს

ამ სახელმძღვანელოს გაყიდვის ფაქტის აღმოჩენის  
შემთხვევაში, გთხოვთ, დაგვიკავშირდეთ ცხელ ხაზზე:  
(+995 32) 2 200 220

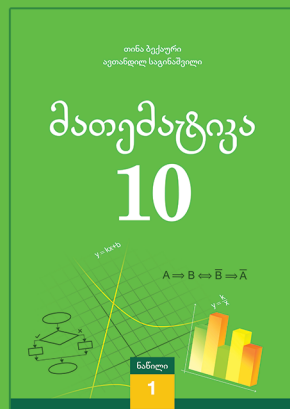
საკონტაქტო ინფორმაცია

[www.mat.ge](http://www.mat.ge)

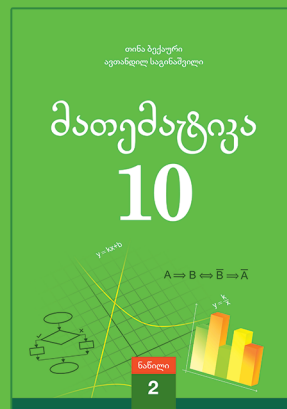
ISBN 978-9941-8-3514-8



## მოსწავლის წიგნები



წილი 1



წილი 2

დაფინანსებულია „მოსწავლეებისა და მასწავლებლების სახელმძღვანელოებით უზრუნველყოფის პროგრამის“ ფარგლებში



საქართველოს განათლების,  
მეცნიერების, კულტურისა და  
სპორტის სამინისტრო